

**Deformation und Quadrupolmomente  
leichter Kerne**

**Elmar Windthorst**

**Berichterstatter: Professor Dr. F. Bopp**  
**Tag der mündlichen Prüfung: 25.6.58**

DEFORMATION UND QUADRUPOLMOMENTE LEICHTER KERNE

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der Doktorwürde

der Hohen Naturwissenschaftlichen Fakultät

der Ludwig-Maximilians-Universität

zu

München



vorgelegt von

E l m a r W i n d t h o r s t

aus

Buer bei Gelsenkirchen

Mai 1958



Digitized by the Internet Archive  
in 2026

[https://archive.org/details/IA41547401\\_0015](https://archive.org/details/IA41547401_0015)

## Inhaltsverzeichnis

|                                                          | <u>Seite</u> |
|----------------------------------------------------------|--------------|
| 1. Einleitung                                            | 1            |
| 2. Die Eigenfunktionen des deformierten Oszillators      | 5            |
| 3. Rechenmethode und Aufstellung der Näherungsfunktionen | 8            |
| 4. Die Wechselwirkung der Nukleonen                      | 14           |
| 5. Die Berechnung der Energie und des Quadrupolmomentes  | 19           |
| 6. Der Kern $\text{Li}^7$                                | 24           |
| 7. Der Kern $\text{Li}^6$                                | 32           |
| 8. Der Kern $\text{Be}^9$                                | 37           |
| 9. Der Kern $\text{N}^{14}$                              | 42           |
| 10. Zusammenfassung                                      | 46           |
| 11. Anhang                                               | 50           |



## 1. Einleitung

Der Erfolg des Schalenmodells bei der Erklärung der Eigenschaften von Atomkernen führte in einer Vielzahl von Arbeiten der vergangenen Jahre zu Erweiterungen des 1950 von M. Goeppert-Mayer<sup>1)</sup> und O. Haxel, J. H. D. Jensen und M. Suess<sup>2)</sup> vorgeschlagenen Einteilchen-Schalenmodells. Durch Einbeziehung von Nukleon-Nukleon-Wechselwirkungen ergab sich eine gute Annäherung an die experimentellen Daten bei den magnetischen Momenten und den Spektren leichter Kerne<sup>3-14)</sup>. Bindungsenergien und elektrische Quadrupolmomente konnten weniger gut erklärt werden. Die Erweiterung zum Kollektivmodell durch A. Bohr und B. Mottelson führte zur Erklärung der großen Quadrupolmomente, der magnetischen Momente und der Rotationsspektren mittelschwerer Kerne durch Einführung von Kollektivbewegungen der Kernmaterie<sup>15-21)</sup>. Dabei wurde die Wechselwirkung von Nukleonen außerhalb abgeschlossener Schalen mit den Kollektiveigenschaften des Kernrumpfes betrachtet, was zu Deformationen des Rumpfes führte, die im statischen Grenzfall schon von Rainwater berechnet worden waren<sup>22-23)</sup>.

In neuerer Zeit wurden in mehreren Arbeiten kollektive Effekte im Einteilchen-Schalenmodell untersucht<sup>24-27)</sup>. Dabei wurde die Wechselwirkung eines Nukleons außerhalb einer abgeschlossenen Schale mit dem Rumpf durch Berücksichtigung von Anregungskonfigurationen des Rumpfes beschrieben, deren schwache Beimischungen mittels Störungsrechnung bestimmt wurden, wobei die Störung die Differenz zwischen dem Einteilchen-Schalenmodellpotential und der Summe der Zweikörperwechselwirkung des Außennukleons mit den Nukleonen des Rumpfes ist.

Weiter wurden im Kollektivmodell Rechnungen mit dem Einteilchen-Schalenmodell durchgeführt<sup>27-34)</sup>. Das die Wirkung der Restnukleonen auf ein herausgegriffenes Teilchen beschreibende Potential wurde deformierbar angenommen und dessen Wirkung auf die Bindungszustände der Nukleonen untersucht. Dabei wird der vom Deformationsparameter abhängige Anteil des Potentials als Störung behandelt.



Die Diagonalisierung der mit den Wellenfunktionen des isotropen Oszillators berechneten Energiematrix ergibt die Eigenzustände in Abhängigkeit von der Deformation. Es gelingt, Spin und Parität bei stark deformierten Kernen im Bereich  $150 \leq A \leq 190$  zu bestimmen. Ebenso führt die Anwendung bei leichten Kernen ( $F^{15}$ ,  $Mg^{25}$ ) zu Erfolgen bei der Erklärung von angeregten Niveaus als Rotationsspektren. Nicht möglich war die Bestimmung der Gleichgewichtsdeformation.

Nach einer Arbeit von J. P. Elliot<sup>35)</sup> ist es durch Untersuchung der Transformationseigenschaften von gemischten Konfigurationen möglich, kollektive Bewegungen aus Konfigurationswechselwirkungen abzuleiten.

Es ist daher von Interesse, zu untersuchen, in wie weit ein kollektiver Effekt, wie die aus den gemessenen el. Quadrupolmomenten folgende nichtsphärische Struktur des Kerns, im Vielteilchen-Schalenmodell<sup>+)</sup> mit Konfigurationsmischung erklärt werden kann. Dies wird in der vorliegenden Arbeit bei einigen Kernen der 2p-Schale untersucht.

Bei der Berechnung der Quadrupolmomente traten in den früheren Arbeiten größere Unterschiede auf (s. Tabelle I), die außerhalb der experimentellen Fehlerschranke liegen. Diese ist in ihrer nicht unerheblichen Größe durch die bekannte Schwierigkeit, das durch die Hüllenelektronen erzeugte elektrische Feld in der Umgebung des Kerns zu bestimmen, gegeben.

Hier wird nun versucht, zu einer genaueren Bestimmung der Quadrupolmomente zu kommen und einen Einblick in das Deformationsverhalten leichter Kerne zu gewinnen, indem zur Bestimmung der Eigenfunktionen ein weiterer, der Anpassung unterworfenen Parameter in die Rechnung eingeführt wird.

<sup>+) In der engl. Literatur "many particle-shell modell" oder auch "individual particle-shell modell".</sup>



Tabelle I

| Kern            | $Q_{\text{exp.}}$<br>$\times 10^{-26} \text{ cm}^2$ | $Q_{\text{th}}$<br>(Schulten) | $Q_{\text{th}}$<br>(Hüper) |
|-----------------|-----------------------------------------------------|-------------------------------|----------------------------|
| $\text{Li}^6$   | $+ 0,09^{1)}$                                       | $+ 0,4$                       | $+ 0,56$                   |
| $\text{Li}^7$   | $- 1,2^{2)}$<br>$+ 2 \pm 2^{1)}$                    | $+ 5,4$                       | $- 1,7$                    |
| $\text{Be}^9$   | $+ 2^{3)}$                                          |                               |                            |
| $\text{B}^{10}$ | $+ 6 \pm 4^{4)}$                                    | $+ 12$                        |                            |
| $\text{B}^{11}$ | $+ 3 \pm 2^{4)}$<br>$+ 3,55^{2)}$                   |                               |                            |
| $\text{N}^{14}$ | $+ 2^{5)}$                                          | $+ 0,9$                       | $- 0,4$                    |

1) P. Kusch, Phys. Rev. 75, 887 (1949)

2) H. Kopfermann, Kernmomente

3) W. D. Knight, Phys. Rev. 92, 539 A (1953)

4) J. E. Mack, Rev. Mod. Phys. 22, 64 (1950)

5) C. H. Townes u. Mitarbeiter J. Chem. Phys. 17, 782 (1949)

Dies wird erreicht, indem

1. zur Herleitung der Einteilchenfunktionen ein deformierbares Oszillatorpotential angenommen wird,
2. die Mischungskoeffizienten der Einteilchen-Konfigurationen, die die Kerneigenfunktion aufbauen, bei der energetisch günstigsten Deformation bestimmt werden.

In den Arbeiten über leichte Kerne<sup>3-13)</sup> wurde angenommen, daß die Wirkung der Restnukleonen auf ein herausgegriffenes durch ein sphärisch symmetrisches Oszillatorpotential gut beschrieben wird. Dies folgt aus den Grundvoraussetzungen des Schalenmodells



und der empirischen Dichteverteilung leichter Kerne (Hofstadter et. al. s.<sup>50)</sup>) und kann im Bereich  $A \leq 20$  als gute Näherung angesehen werden.

Hier wird die Möglichkeit untersucht, daß das gemeinsame Potential eine Abweichung von der sphärischen Symmetrie besitzt. Dies ist naheliegend, da die Dichteverteilung der Nukleonen im sphärischen Oszillatortopf bei nicht abgeschlossenen Schalen eine Asymmetrie aufweist, die für den Protonen-Anteil zum Schalenmodellwert des elektrischen Quadrupolmoments führt (s. Tabelle I, Spalte 3 u. 4). Die Größe der sich einstellenden Potential-Deformation und die dazugehörige Dichteverteilung der Nukleonen wird hier folgendermaßen bestimmt: Die aus dem Einteilchenmodell mit unsymmetrischem Potentialtopf erhaltenen Funktionen (Abschnitt 2), in denen ein Deformationsparameter auftritt, werden nach dem Verfahren der Konfigurationsmischung<sup>3-6)</sup> zu Näherungsfunktionen des Kerns zusammengestellt (Abschnitt 3). Mit diesen wird der Erwartungswert der Gesamtenergie gebildet, unter der Annahme, daß die energetischen Verhältnisse im Kern in guter Näherung durch Zweikörperkräfte beschrieben werden, wenn man die Absättigung der Dichte durch die Nebenbedingung der Volumenkonstanz berücksichtigt. Die Wechselwirkung der Nukleonen wird dabei als Summe von Zentralkräften mit Direkt- und Austausch-Anteilen, sowie einer Zweiteilchen-Spin-Bahn-Kopplung angesetzt. Stärke und Reichweite der einzelnen Kraftanteile werden aus den Nukleon-Nukleon-Streudaten niederer Energie, den Daten des Deuterons und aus der experimentell bekannten Energiedifferenz der beiden Streuzustände von He<sup>5</sup> bestimmt. Außerdem wurden die Rechnungen mit einer Spin-Bahn-Kopplung wiederholt, mit deren Tiefe und Reichweite nach einer neueren Arbeit<sup>11)</sup> bei der Berechnung der angeregten Niveaus leichter Kerne günstige Ergebnisse erzielt wurden (Abschnitt 4). Die Lösung des Eigenwertproblems bei verschiedenen Werten des Deformationsparameters liefert den Gang der Energie des Kerns in Abhängigkeit von der Deformation. Der zum Energieminimum gehörende Parameterwert beschreibt dann die Deformation des Kerns, zu der die Eigenfunktionen gebildet werden, mit denen der Erwartungswert des el. Quadrupolmoments berechnet wird (Abschnitt 5).



## 2. Die Eigenfunktionen des deformierten Oszillators

Der Hamiltonoperator des volumenkonstant und rotationssymmetrisch deformierbaren Oszillatorpotentials im Einteilchenmodell ist

$$(2.1) \quad \bar{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) + \frac{1}{2} m \omega^2 (D x^2 + D y^2 + D^{-1} z^2)$$

Mit der Einführung der Parameter

$$(2.2) \quad \lambda = \frac{m \omega}{\hbar} D^{1/2} \quad \lambda_z = \frac{m \omega}{\hbar} D^{-1}$$

ist die Schrödingergleichung

$$(2.3) \quad \bar{H} \varphi = E \varphi$$

separierbar und liefert die normierten Funktionen

$$(2.4) \quad \varphi_{n_x+n_y, n_z} = \left( \frac{1}{2^n n_x! n_y! n_z!} \right)^{1/2} \sqrt{\lambda} \left( \frac{\lambda_z}{\pi^3} \right)^{1/4} e^{-\frac{\lambda}{2}(x^2+y^2) - \frac{\lambda_z}{2} z^2} \mathcal{H}_{n_x}(\sqrt{\lambda} x) \mathcal{H}_{n_y}(\sqrt{\lambda} y) \mathcal{H}_{n_z}(\sqrt{\lambda_z} z)$$

zum Eigenwert

$$(2.5) \quad E_{n_x+n_y, n_z} = \hbar \omega \left[ D^{1/2} (n_x + n_y) + D^{-1/2} n_z + 3/2 \right]$$

Bei Einführung von Spin- und Isotopenspineigenfunktionen durch

$$(2.6) \quad \begin{aligned} \mathcal{S}^+ &= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{für} \quad s_z = \frac{1}{2} \\ \mathcal{S}^- &= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{für} \quad s_z = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

und

$$(2.7) \quad \begin{aligned} t^+ &= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{für ein Proton} \\ t^- &= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{für ein Neutron} \end{aligned}$$



und der Berücksichtigung, daß die Komponente des Drehimpulses in der z-Achse eine gute Quantenzahl ist, lassen sich die folgenden Funktionen für die Zustände der s- und p-Schale aufbauen:

Tabelle II

|                                                                                                                                                                         |   |                                          |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|------------------------------------------|
| $\psi_{0,0,1} = \delta^+ f$                                                                                                                                             | } | $E_{0,0} = \frac{3}{2} \hbar \omega$     |
| $\psi_{0,0,-1} = \delta^- f$                                                                                                                                            |   |                                          |
| $\psi_{1,0,3} = \delta^+ \sqrt{\lambda} (x+iy) f$                                                                                                                       | } | $E_{1,0} = \hbar \omega [D^{1/2} + 3/2]$ |
| $\psi_{1,0,1} = \delta^- \sqrt{\lambda} (x+iy) f$                                                                                                                       |   |                                          |
| $\psi_{1,0,-1} = \delta^+ \sqrt{\lambda} (x-iy) f$                                                                                                                      |   |                                          |
| $\psi_{1,0,-3} = \delta^- \sqrt{\lambda} (x-iy) f$                                                                                                                      |   |                                          |
| $\psi_{0,1,1} = \delta^+ \sqrt{2\lambda_z} z f$                                                                                                                         | } | $E_{0,1} = \hbar \omega [D^{-1} + 3/2]$  |
| $\psi_{0,1,-1} = \delta^- \sqrt{2\lambda_z} z f$                                                                                                                        |   |                                          |
| $\psi_{n_x+n_y, n_z, 2j_z} \quad ; \quad f = \sqrt{\lambda} \left( \frac{\lambda_z}{\hbar^3} \right)^{1/4} e^{-\frac{1}{2}\lambda(x^2+y^2) - \frac{1}{2}\lambda_z z^2}$ |   |                                          |

Da bei den in der Arbeit berechneten Kernen eine Deformation erwartet wurde, die nahe  $D = 1$  liegt, wurden bei der Rechnung Einteilchenfunktionen benutzt, die im Grenzfall  $D = 1$  in die



Eigenfunktionen des kugelsymmetrischen Oszillators übergehen<sup>+</sup>)  
(Tabelle III).

Tabelle III

|               |                                                                                                                   |
|---------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\psi_{0,0}$  | $= \epsilon^+ f$                                                                                                  |
| $\psi_{0,-1}$ | $= \epsilon^- f$                                                                                                  |
| $\psi_{3,3}$  | $= \epsilon^+ \bar{1} \bar{\lambda} (\lambda + i\lambda_1) f$                                                     |
| $\psi_{3,1}$  | $= \sqrt{\frac{\lambda \lambda_2}{\lambda_0 + 2\lambda_1}} [\epsilon^- (\lambda + i\lambda_1) - \epsilon^+ 2z] f$ |
| $\psi_{3,-1}$ | $= \sqrt{\frac{\lambda \lambda_2}{\lambda_0 + 2\lambda_1}} [\epsilon^+ (\lambda - i\lambda_1) + \epsilon^- 2z] f$ |
| $\psi_{3,-3}$ | $= \epsilon^- \bar{1} \bar{\lambda} (\lambda - i\lambda_1) f$                                                     |
| $\psi_{1,1}$  | $= \sqrt{\frac{2\lambda \lambda_2}{\lambda + 2\lambda_2}} [\epsilon^- (x + iy) + \epsilon^+ z] f$                 |
| $\psi_{1,-1}$ | $= \sqrt{\frac{2\lambda \lambda_2}{\lambda + 2\lambda_2}} [\epsilon^+ (x - iy) - \epsilon^- z] f$                 |

Dabei bezeichnet der erste Index  $2j$ , der zweite  $2j_z$ .  
Der Index  $2j$  wurde beibehalten, obwohl der Einteilchendrehimpuls nicht erhalten bleibt (Wandwechselwirkung), er bezeichnet also nur bei  $D = 1$  eine Quantenzahl. Bei der Zusammenstellung wurden Glieder mit dem Faktor  $\lambda - \lambda_2$  vernachlässigt (s. Anhang 9).

<sup>+</sup>) Einer "Stauchung" des Potentialellipsoids, die durch  $\frac{a' - R_0}{R_0}$  definiert ist ( $a$  = kleine Halbachse des Ellipsoids,  $R_0$  = Radius bei  $D = 1$ ) von 6 % entspricht, bei  $\text{Li}^6$  eine Änderung des mittleren quadratischen Radius der Dichteverteilung um 0,8 %.



### 3. Rechenmethode und Aufstellung der Näherungsfunktionen

Um die Eigenwerte und Eigenfunktionen des Hamiltonoperators

$$(3.1) \quad \bar{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \sum_{i=1}^R \Delta_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^R \sum_{k=1}^R V(i, k)$$

zu finden, ist die Eigenwertgleichung

$$(3.2) \quad \bar{H} \Psi = E \Psi$$

zu lösen. Dazu macht man die Entwicklung

$$(3.3) \quad \Psi = \sum_{n=1}^f c_n' \phi_n'$$

wobei die  $\phi_n$  Einteilchen-Schalenmodell-Funktionen sind, die bestimmten Konfigurationen (charakterisiert durch den Index  $n$ ) entsprechen. Sie lassen sich durch die Einteilchenfunktionen der Tabelle III als antisymmetrisiertes Produkt (Slater-Determinante) darstellen. Die Beschränkung auf  $f$  Funktionen muß aus physikalischen Überlegungen gerechtfertigt werden. Zwischen den Koeffizienten bestehen wegen der Invarianzen von  $\bar{H}$  gegen Drehungen im gewöhnlichen und Isotopenspin-Raum  $f_1 + f_2$  Nebenbedingungen. Ihre Berücksichtigung führt zu  $F = f - f_1 - f_2$  neuen Funktionen  $\phi_n$  und es wird

$$(3.4) \quad \Psi = \sum_{n=1}^F c_n \phi_n$$

Wird dies in Gleichung (3.2) eingesetzt, so folgt nach Multiplikation mit  $\phi_m^\tau$  und Integration über sämtliche Koordinaten des Konfigurationsraumes

$$(3.5) \quad \sum_{n=1}^F c_n \langle \phi_m | \bar{H} | \phi_n \rangle = E \sum_{n=1}^F c_n \langle \phi_m | \phi_n \rangle = c_m E$$



Dabei sind die  $\phi_n$  normiert angenommen:

$$(3.6) \quad \langle \phi_m | \phi_n \rangle = \delta_{mn}$$

Aus Gl. (3.5) folgt

$$(3.7) \quad \sum_{n=1}^F c_n [\langle \phi_m | \bar{H} | \phi_n \rangle - \delta_{mn} E] = 0$$

Das ist ein System von F linearen homogen Gleichungen, das genau dann eine Lösung hat, wenn seine Determinante verschwindet:

$$(3.8) \quad \begin{vmatrix} H_{11} - E & H_{12} & \dots & H_{1F} \\ H_{21} & & & \\ \vdots & & & \\ H_{F1} & & & H_{FF} - E \end{vmatrix} = 0$$

Die Wurzeln der Gleichung F-ten Grades sind die Eigenwerte  $E_1, E_2, \dots, E_F$ , die in Gl. (3.5) eingesetzt die Koeffizienten  $c_n$  der jeweiligen Eigenvektoren bestimmen. Äquivalent zur Lösung von Gl. (3.8) ist das Diagonalisieren der Matrix  $(H_{mn})$ , denn sind die Nichtdiagonalelemente Null, so ist der einzige Summand in Gl. (3.8)

$$(3.9) \quad (H'_{11} - E)(H'_{22} - E) \cdot \dots \cdot (H'_{FF} - E) = 0$$

Das Diagonalisieren erfolgte in dieser Arbeit mit Hilfe einer elektronischen Rechenmaschine.

Unter den vielen möglichen Funktionen  $\phi_i$  wurde folgende Auswahl getroffen:

1. Die Summe der z-Komponenten der Gesamtdrehimpulse  $\bar{j}$  der Einteilchenfunktionen soll dem gemessenen Spin des Kerns gleich sein (jj-Darstellung).



$$(3.10) \quad \bar{J}_z = \bar{J}_{z_1} + \bar{J}_{z_2} + \dots + \bar{J}_{z_p} = \bar{J}_{exp}$$

$\bar{J}_z$  = z-Komponente des Gesamtdrehimpulses der durch  $\Phi_i$  beschriebenen Konfiguration.

2. Es wurden nur Einteilchenzustände der s- und p-Schale berücksichtigt.

Die Zahl der Koeffizienten  $c_n$  wird eingeschränkt durch Berücksichtigung der Erhaltungssätze für Drehimpuls<sup>†</sup> und Isotopenspin.

1. Dem Drehimpulserhaltungssatz äquivalent ist die Bedingung

$$(3.11) \quad \bar{J}^+ \Psi_{J_z-1} = 0$$

wo  $\bar{J}^+ = \bar{J}_x + i\bar{J}_y$

$\bar{J}$  ist ein Operator mit folgenden Eigenschaften:

$$(3.12) \quad \bar{J}^+ \phi_{J_z} = \sqrt{(J - J_z)(J + J_z + 1)} \hbar \phi_{J_z+1}$$

Da hier der Drehimpuls in die z-Richtung gelegt wurde, geht durch die Anwendung von  $\bar{J}^+ \Psi_{J_z} = \sum_{n=1}^f c_n \Phi_n$  in eine andere Linearkombination von Determinanten  $\Phi_{J_z+1}$  über, deren Koeffizienten  $\bar{c}_n$  Linearkombinationen der  $c'_n$  sind und Null sein müssen. Ist die Anzahl der Funktionen  $\Phi_{J_z+1}$  gleich  $f_1$ , so gibt es  $f_1$  Bedingungsgleichungen und somit nur noch  $f - f_1$  frei wählbare Koeffizienten  $c_n$ .

$$(3.13) \quad \bar{J}^+ \Psi_{J_z} = \sum_{n=1}^f \bar{J}^+ c_n \Phi_n = \sum_{n=1}^f c'_n \sum_{n=1}^f \bar{J}^+ \Phi_n$$

<sup>†</sup> Ein Kollektivanteil des Gesamtdrehimpulses im Sinne des "unified model" braucht hier nicht berücksichtigt zu werden. Experimentell sind bei den vorliegenden Kernen im hier betrachteten Bereich (bis 20 MeV) keine Rotationsniveaus gefunden worden, was wegen des kleinen Trägheitsmomentes zu erwarten ist. (d.w.s. Anhang 9)



Dabei ist

$$(3.14) \quad \sum_{i=1}^A \bar{j}^{(i)} \phi_n' = \{ \bar{j}^{(1)} \varphi_1^{(1)}, \varphi_2^{(2)}, \dots, \varphi_A^{(A)} \} + \{ \varphi_1^{(1)}, \bar{j}^{(2)} \varphi_2^{(2)}, \dots, \varphi_A^{(A)} \} + \dots + \{ \varphi_1^{(1)}, \varphi_2^{(2)}, \dots, \bar{j}^{(A)} \varphi_A^{(A)} \}$$

Hiermit wird

$$(3.15) \quad \bar{J}^+ \psi_{j_z} = \sum_{n=1}^{f_1} \tilde{c}_n \tilde{\phi}_{n, j_z+1} = 0$$

2. Die Erhaltung des Isotopenspins, die der Ladungsunabhängigkeit der Kernkräfte bei den hier behandelten leichten Kernen Rechnung trägt (der Coulombenergieanteil ist sehr klein), verlangt, daß die Kernwellenfunktion eine Eigenfunktion des Operators

$$(3.16) \quad (\bar{T})^2 = \frac{1}{4} \left( 3A + 2 \sum_{k < l}^A (\bar{T}_i, \bar{T}_k) \right)$$

ist, wo  $\bar{T} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^A \bar{T}_i$  der Operator des Gesamtisotopenspinvektors ist:

$$(3.17) \quad (\bar{T})^2 \psi = T(T+1) \psi$$

Die Komponenten von  $\bar{T}_i$ :  $\bar{T}_i^x, \bar{T}_i^y, \bar{T}_i^z$  sind die Isotopenspinmatrizen für das i-te Nukleon. Mit dem Ladungsaustauschoperator

$$(3.18) \quad \bar{P}_i (\bar{T}_i, k) = \frac{1}{2} [1 + (\bar{T}_i, \bar{T}_k)]$$

folgt

$$(3.19) \quad (\bar{T})^2 = \frac{1}{4} \left[ A(A-1) + 4 \sum_{i < k}^A \bar{P}_i (i, k) \right]$$



Man kann nun mit Hilfe von (3.19) aus (3.17) Beziehungen zwischen den Koeffizienten  $c'_n$  finden. Einfacher ist der analoge Weg zu Abschnitt 1. Bildet man den Drehoperator im Isotopenspinraum

$$(3.20) \quad \bar{T}^- = \bar{T}_x - i \bar{T}_y$$

und wendet ihn auf die Kernwellenfunktion  $\psi_{T_z} = \sum_{n=1}^{f_{T_z}} c_n'' \phi_{T_z}''$  an, so folgt

$$(3.21) \quad \bar{T}^- \psi_{T_z} = \sum_{k=1}^{f_{T_z}} c_k''' \phi_{k, T_z-1}''$$

Bei Kernen mit maximalem Neutronenüberschuß ( $T_z = -T$ ), die bei  $T \neq 0$  durch die Coulombenergie bevorzugt werden, wird

$$(3.22) \quad \bar{T}^- \psi_{T_z} = 0$$

und man hat  $f_2$  weitere Bedingungsgleichungen für die  $c'_n$ .

Die Nichtberücksichtigung von Konfigurationen, die Teilchenzustände aus höheren Schalen enthalten, wird oft damit begründet, daß bei störungstheoretischer Behandlung der Energienenner für höhere Schalen so groß ist, daß die Beimischung dieser Konfigurationen bei der Berechnung des Grundzustandes und der ersten Anregungsniveaus in guter Näherung vernachlässigt werden kann. Die Meinung ist, daß auch höher angeregte Eigenzustände des Kerns genau bestimmt werden können, wenn nur genügend viele Beimischungen genommen werden.

Nun ist aber daran zu erinnern, daß die uneingeschränkte Berücksichtigung von Konfigurationen, d. 1.

$$(3.23) \quad \psi = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \phi_n$$



die zur exakten Eigenlösung des Hamiltonoperators Gl. (3.1) führt, ein extrem schlechtes Ergebnis bei der Berechnung der Bindungsenergie liefert, nämlich das Zusammenrutschen des Kerns auf den Radius  $b/2$  der Kernkräfte, da der benutzte Hamiltonoperator keine Absättigung liefert! Da andererseits die teilweise Berücksichtigung von Konfigurationsmischungen nach früheren Arbeiten<sup>3-14)</sup> und auch der vorliegenden bessere Ergebnisse, als die alleinige Mitnahme der Grundkonfiguration ergibt, scheint es ein Optimum an Konfigurationsbeimischung zu geben, und die Güte der Näherung ist an dem Vergleich des Ergebnisses mit der Erfahrung zu messen.



#### 4. Die Wechselwirkung der Nukleonen

Für die Wechselwirkung der Nukleonen wurde folgender Ansatz gemacht:

$$(4.1) \quad V = V(r) [W + M P_M + B P_B + H P_H] + V_{SB} + V_C$$

Dabei ist  $V(r)$  der Radialanteil des Wechselwirkungspotentials, für den ein Gaußpotential angenommen wurde.

$$(4.2) \quad V(r) = -V_0 e^{-\beta (\kappa_1 - \kappa_L)^L} = -V_0 e^{-\beta \kappa_L^L}$$

$W$ ,  $M$ ,  $B$  und  $H$  sind die Konstanten der Wigner, Majorana, Bartlett und Heisenbergkraft.

$$(4.3) \quad P_M = -\frac{1}{4} (1 + \bar{\sigma}_1 \bar{\sigma}_L) (1 + \bar{\tau}_1 \bar{\tau}_L)$$

$$(4.4) \quad P_B = -\frac{1}{2} (1 + \bar{\sigma}_1 \sigma_L)$$

$$(4.5) \quad P_H = -\frac{1}{2} (1 + \bar{\tau}_1 \bar{\tau}_L)$$

sind die bekannten Austauschoperatoren für Ort, Spin und Ladung.  $V_C$  ist der Coulomboperator

$$(4.6) \quad V_C = \frac{1}{4} (1 + \bar{\tau}_3 \tau_1) (1 + \bar{\tau}_3 \tau_L) \frac{e^L}{|\kappa_1 - \kappa_L|}$$

Der Ansatz für die Spin-Bahn-Kopplung ist

$$(4.7) \quad V_{SB} = i \kappa V_0 e^{-\beta' \kappa_L^L} (\bar{\sigma}_1 + \bar{\sigma}_L) [(\kappa_1 - \kappa_L) \times (\nabla_1 - \nabla_L)]$$

Dieser Ansatz erfüllt die Forderung der Gallilei-Invarianz im Gegensatz zu dem von Gaus<sup>36)</sup> eingeführten, der in der Arbeit 3) verwendet wurde. Die hierdurch hervorgerufene Änderung der Matrixelemente der Spin-Bahn-Wechselwirkung für den Fall der De-



formation Null ist bei Hüper diskutiert und zeigt, daß für die Wechselwirkung der 2p mit der 1s-Schale nur ein geringer Unterschied auftritt (Faktor 1,2), während die Wechselwirkungselemente der p-Nukleonen eine stärkere Änderung erfahren. Das wirkt sich für Kerne, deren 2p-Schale fast aufgefüllt ist, stark aus. Die Rechnungen zeigten einen starken Einfluß der Spin-Bahn-Kopplung auf die Lage der Anregungsniveaus. Daher wurde eine weitere Rechnung mit einer Spin-Bahn-Kopplung  $V_{SB}^2$  durchgeführt, deren Reichweite doppelt so groß war, wie die der Zentralkräfte und der  $V_{SB}^1$ , und mit der in der Arbeit 11) Erfolge bei der Erklärung der Spektren leichter Kerne erzielt worden waren. Eine Tensor-kraft wurde hier nicht berücksichtigt.

Es sind nun folgende Parameter aus den experimentellen Daten zu bestimmen:

$$V_0, \beta, M, W, B, H, \kappa, \beta'$$

Die ersten sechs Werte wurden einer Arbeit von Lederer (Diplomarbeit, München 1955) entnommen, der folgende experimentelle Daten zu ihrer Festlegung benutzt:

1. Die Symmetrie um  $90^\circ$  des differentiellen Wirkungsquerschnitts der Neutron-Proton-Streuung bei 40, 90 und 260 MeV.
2. Den Wert des Streuquerschnitts  $\sigma_{n-p}$  bei  $E_{lab} \rightarrow 0$  (ohne chemische Bindung).
3. Die Streuamplitude für kohärente Streuung langsamer Neutronen an gebundenen Protonen.
4. Die Bindungsenergie des Deuterons.
5. Den totalen Streuquerschnitt  $\sigma_{n-p} = f(E)$  für  $E < 6$  MeV.

Es ergaben sich die Werte

$$(4,9) \quad V_0 = \begin{cases} 68,6 \pm 5,5 \text{ MeV} & \text{Triplett-Spinzustand} \\ 44,0 \pm 4,4 \text{ MeV} & \text{Singulett-Spinzustand} \end{cases}$$

$$(4.8) \quad \beta_s \approx \beta_t = 4,13 \cdot 10^{-25} \text{ cm}$$



$$(4.9) \quad \begin{aligned} W &= M = 0,410 \\ B &= H = 0,090 \end{aligned}$$

Der Wert für  $\kappa$  wurde aus der experimentell bekannten Energiedifferenz der beiden Streuzustände des  $\text{He}^5$  bestimmt (s. a. 47) und 48)). Es ergab sich der Wert  $\kappa = 0,04$ . Ein von H. v. Siemens (Dissertation, München 1958) errechneter Wert bei  $0^{17}$  ergab  $\kappa = 0,035$ . Der zweite Wert der Spin-Bahn-Kopplung wurde nach 11) zu  $\kappa V_0^{(s)} = -1,29 \text{ MeV}$  mit der Reichweite  $\beta^{1/2} = 3,8 \cdot 10^{-13}$  gewählt ( $\kappa V_0^{(s)} = -2,744 \text{ MeV}$ ). Nach Elliott und Lane<sup>45)</sup> entspricht in der 2p-Schale die Zweikörper-Spin-Bahn-Wechselwirkung einer effektiven Einteilchen-Spin-Bahn-Wechselwirkung  $a$  ( $1 \cdot s$ ), wobei  $a$  zwischen  $\text{He}^5$  und  $\text{N}^{15}$  stetig zunimmt (s. a. 46)). Hüpers Wahl der  $V_{SB}^2$  entspricht einem "intermediate-coupling" Parameter

$$\frac{a}{K} = \begin{cases} 2,1 & \text{für } \text{Li}^6 \\ 2,3 & \text{für } \text{Li}^7 \\ 3,6 & \text{für } \text{N}^{14} \end{cases}$$

was auch für diese Arbeit angenähert gilt, wie ein Vergleich der Konstanten der Kräfte zeigt. In der Arbeit von Kurath war für  $\text{Li}^6$  :  $\frac{a}{K} = 1,3$  und für  $\text{N}^{14}$  :  $\frac{a}{K} = +5$ . Die hier gewählten Parameter liegen also im Bereich der "intermediate-coupling".

Es ist nun noch der Parameter zu bestimmen, der die Weite des Oszillatortopfes für den jeweiligen Kern bestimmt. Von seinem Wert hängt entscheidend die Größe der Bindungsenergie ab. Er wurde aus der Energiedifferenz von Spiegelkernen errechnet. Dabei wird zu dem zu untersuchenden Kern ein anderer aufgesucht, dessen einziger Energieunterschied von Coulombanteil herrührt. Spiegelkerne sind nur bei ungeradem Atomgewicht  $A$  möglich und gehen meistens durch  $\beta$ -Zerfall ineinander über:





Die aus der gemessenen Massendifferenz der Spiegelkerne erhaltene Energiedifferenz wird mit der berechneten verglichen. Zu der Berechnung wurde jeweils die energetisch tiefste Konfiguration benutzt (s. Abschnitt 5). In den berechneten Erwartungswerten erscheint der Parameter  $\lambda$ , der durch Gleichsetzen der berechneten mit der gemessenen Energiedifferenz bestimmt wird.

Am Beispiel von  $A = 11$  sei die Methode gezeigt: Aus den bei J. Mattauca e. a.<sup>49)</sup> angeführten Bindungsenergien  $E_B$  folgt:

$$\left. \begin{array}{l} E_B^{B''} = 76,206 \\ E_B^{C''} = 73,442 \end{array} \right\} \Delta E_B = 2,764$$

Mit den Matrixelementen für die Coulombenergie in Anhang 3 ergibt sich

$$\begin{aligned} \langle E_C \rangle_{B''} &= \frac{46}{3} e^{\sqrt{\frac{\lambda}{2r}}} \\ \langle E_C \rangle_{C''} &= \frac{68}{3} e^{\sqrt{\frac{\lambda}{2r}}} \end{aligned} \quad \Delta \langle E_C \rangle = \frac{22}{3} e^{\sqrt{\frac{\lambda}{2r}}}$$

aus  $\Delta E_B = \Delta \langle E_C \rangle$  folgt:

$$\lambda = 4,312 \cdot 10^{25} \text{ cm}^2$$

Tabelle IV zeigt die so bestimmten  $\lambda$ -Werte für Kerne der p-Schale.

Tabelle IV

| A                | 4     | 5     | 7     | 9     | 11    | 13    | 15    |
|------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $\times 10^{25}$ | 5,072 | 2,245 | 4,244 | 2,960 | 4,312 | 3,644 | 3,570 |



Tafel I des Anhangs zeigt die graphische Darstellung. Der nach dem Schalenmodell zu erwartende Verlauf mit geringer Ausdehnung der Kerne bei den abgeschlossenen Schalen  $A = 4$  und  $A = 16$  ist gestrichelt eingezeichnet. Auch wenn der Wert für  $A = 5$  unberücksichtigt bleibt, da die Näherung eines stationären Zustandes für  $\text{He}^5$  schlecht ist, kann eine solche Abhängigkeit nur mit Willkür herausgelesen werden. Einer Änderung des  $\lambda$  -Wertes um  $0,5 \times 10^{25}$  entspricht, z. B. bei  $\text{Be}^9$  eine Änderung der Bindungsenergie von  $\simeq 8$  MeV, was etwa 14 % bedeutet. Es wurde berücksichtigt, daß die s-Nukleonen einen kleineren Ausdehnungsbereich haben, indem ein Parameter  $\lambda'$  aus der Gleichsetzung der berechneten mit der experimentellen Bindungsenergie von  $\text{He}^4$  bestimmt wurde. Bei der Berechnung der Kerne mit geradem Atomgewicht wurde der  $\lambda$  -Wert des Isotops mit ungeradem  $A$  genommen.



## 5. Die Berechnung der Energie und des Quadrupolmomentes

Mit den in Abschnitt 3 aufgestellten Näherungsfunktionen

$$(5.1) \quad \Psi = \sum_{n=1}^{\bar{F}} c_n \phi_n$$

und den in Abschnitt 4 angeführten Daten der Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung wurden für verschiedene Kerne der 2p-Schale die Bindungsenergien berechnet, wobei für den in den Einteilchenfunktionen auftretenden Deformationsparameter  $d$  verschiedene Werte angenommen wurden. Die so bestimmten Matrixelemente sind im Anhang aufgeführt. Sie sind Funktionen der Parameter  $v = \frac{\lambda}{\beta}$  und  $v_c = \frac{\lambda_c}{\beta}$ .

Bei der Berechnung der Erwartungswerte sind folgende Unterscheidungen zu beachten:

$$(5.2) \quad \langle \phi_n | O | \phi_n \rangle$$

sei zu berechnen. Dabei ist  $O$  ein zunächst beliebiger Operator,  $\phi_n$  eine  $n$ -reihige Determinante, die normiert angenommen sei, so daß

$$(5.3) \quad \phi_n = \frac{1}{\sqrt{H!}} \sum_P (-1)^P \varphi_{P_1}^{(1)} \varphi_{P_2}^{(2)} \dots \varphi_{P_n}^{(n)} \quad ; \quad \langle \phi_m | \phi_n \rangle = \delta_{mn}$$

$\varphi_i^{(n)}$  sind die Einteilchenoszillatorfunktionen. Mit  $P$  ist die Permutation bezeichnet, durch welche der Index  $i$  in  $P_i$  übergeführt wird.

1.  $O$  sei eine Summe von Einteilchenoperatoren  $O = \sum_{i=1}^H O(i)$   
Dann ist

$$(5.4) \quad \langle \phi_n | O | \phi_n \rangle = \int \phi_n^* \sum_{i=1}^H O(i) \phi \, d\tau = \frac{1}{H!} \int \sum_{P'} (-1)^{P'} \varphi_{P'_1}^{+(1)} \dots \varphi_{P'_n}^{+(n)} \sum_{i=1}^H O(i) \sum_{P''} (-1)^{P''} \varphi_{P''_1}^{(1)} \dots \varphi_{P''_n}^{(n)}$$



da  $O(i)$  nur auf die Koordinate  $i$  wirkt und die  $\varphi_n$  orthogonale Funktionen sind, werden alle Integrale Null, wenn  $P' \neq P''$ .  
Folglich entfällt die zweite Permutationssumme und es bleibt

$$(5.5) \quad \langle \phi_n | \sum_{i=1}^R O(i) | \phi_n \rangle = \frac{(R-1)!}{R!} \sum_{i, P'}^R \int \varphi_{P'_i}^+(i) O(i) \varphi_{P'_i}(i) d\tau$$

Die  $\sum_i$  bringt einen Faktor  $A$  und es folgt

$$(5.6) \quad \langle \phi_n | \sum_{i=1}^R O(i) | \phi_n \rangle = \sum_n \int \varphi_n^+(i) O(i) \varphi_n(i) d\tau$$

2.  $O$  sei ein Zweiteilchenoperator  $O = \sum_{i \neq k}^R O(i, k)$   
Dann wird der Erwartungswert

$$(5.7) \quad \langle \phi_n | O | \phi_n \rangle = \frac{(R-2)!}{R!} \sum_{P'} \int \varphi_{P'_i}^+(i) \varphi_{P'_k}^+(k) \sum_{i \neq k} O(i, k) \{ \varphi_{P'_i}(i) \varphi_{P'_k}(k) - \varphi_{P'_k}(i) \varphi_{P'_i}(k) \} d\tau$$

Die Beziehung ist analog zu der unter 1. gebildeten, wobei zu beachten ist, daß  $P'_i = P''_k$  und  $P'_k = P''_i$  auch möglich sind, was einen Faktor  $-1$  bringt. Werden  $i$  und  $k$  festgehalten, so tritt durch Summierung über alle Permutationen eine Summe auf, die bei Summierung über  $i$  und  $k$  genau  $\frac{R(R-1)}{2}$  mal erscheint. Es folgt

$$(5.8) \quad \langle \phi_n | \sum_{i \neq k} O(i, k) | \phi_n \rangle = \frac{1}{L} \sum_{i, k} \int \varphi_i^+(i) \varphi_k^+(k) O(i, k) \{ \varphi_i(i) \varphi_k(k) - \varphi_k(i) \varphi_i(k) \} d\tau$$

Ähnlich sind die Übergangselemente zu bilden, die hier nur angegeben werden:

$$3. (5.9) \quad \langle \phi_m | \sum_{i=1}^R O(i) | \phi_n \rangle = \int \varphi_i^+(i) O(i) \varphi_n(i) d\tau$$

wenn  $\phi_i$  und  $\phi_n$  sich nur in den Funktionen  $\varphi_i$  und  $\varphi_k$  unterscheiden. Unterscheiden sie sich in mehreren Funktionen, so wird wegen der Orthogonalität der Erwartungswert Null.



$$4. \quad (5.10) \quad \langle \phi_n | \sum_{i \neq k} O(i, k) | \phi_m \rangle = \int \varphi_i^+(1) \varphi_k^+(2) O(i, 2) \{ \varphi_e(1) \varphi_m(2) - \varphi_m(1) \varphi_e(2) \} d\tau$$

wenn sich  $\phi_n$  und  $\phi_m$  in nicht mehr als zwei Einteilchenfunktionen unterscheiden. In allen andern Fällen ist der Erwartungswert Null.

5. Unterscheiden sich  $\phi_n$  und  $\phi_m$  nur in einer Einteilchenfunktion, so wird

$$(5.11) \quad \langle \phi_n | \sum_{i \neq k}^R O(i, k) | \phi_m \rangle = \sum_{i=1}^R \int \varphi_i^+(1) \varphi_k^+(2) O(i, 2) \{ \varphi_i(1) \varphi_k(2) - \varphi_k(1) \varphi_i(2) \} d\tau$$

Die Rechnung wird erleichtert, wenn man beachtet, daß der Wert des Matrixelementes unabhängig von einer Drehung des Koordinatensystems um  $180^\circ$  ist, da die räumliche Verteilung der Nukleonen symmetrisch zur x-y-Ebene ist. So wird z. B.

$$(5.12) \quad \begin{aligned} & \langle \varphi_{33}(1) \varphi_{31}(2) | O(1, 2) | \varphi_{33}(1) \varphi_{31}(2) - \varphi_{31}(1) \varphi_{33}(2) \rangle = \\ & \langle \varphi_{3-3}(1) \varphi_{3-1}(2) | O(1, 2) | \varphi_{3-3}(1) \varphi_{3-1}(2) - \varphi_{3-1}(1) \varphi_{3-3}(2) \rangle \end{aligned}$$

Weitere Einzelheiten der Berechnung findet man bei H. v. Siemens, Anhang zur Dissertation, München 1958.

Bei der Berechnung der Spin-Bahn-Kopplung tritt eine Erleichterung durch folgende Überlegung ein:

$$(5.13) \quad \begin{aligned} V_{SB} &= i \times V_0 e^{-\beta' \kappa_n^2} (\bar{\sigma}_1 + \bar{\sigma}_2) [(\kappa_1 - \kappa_2) \times (\nabla_1 - \nabla_2)] \\ &= V_1 + V_2 + V_3 + V_4 \end{aligned}$$

$$(5.14) \quad \begin{aligned} \text{wo} \quad V_1 &= i \times V_0 e^{-\beta' \kappa_n^2} \bar{\sigma}_1 [(\kappa_1 - \kappa_2) \times \nabla_1] \\ V_2 &= -i \times V_0 e^{-\beta' \kappa_n^2} \bar{\sigma}_1 [(\kappa_1 - \kappa_2) \times \nabla_2] \\ V_3 &= i \times V_0 e^{-\beta' \kappa_n^2} \bar{\sigma}_2 [(\kappa_1 - \kappa_2) \times \nabla_1] \\ V_4 &= -i \times V_0 e^{-\beta' \kappa_n^2} \bar{\sigma}_2 [(\kappa_1 - \kappa_2) \times \nabla_2] \end{aligned}$$



Ist  $P_M$  der Operator, der die Koordinaten vertauscht,  $P_B$  der Spinaustauschoperator (s. Abschnitt 4) so folgt

$$(5.15) \quad V_2 = P_M V_3 P_M \quad V_3 = P_B V_1 P_B \quad V_4 = P_M V_1 P_M$$

Das elektrische Quadrupolmoment des Kerns ist definiert durch den Erwartungswert des Operators

$$(5.16) \quad Q = \sum_{i=1}^A \frac{1}{Z} (1 + \tau_3) (3 z_i^2 - r_i^2)$$

wo  $\tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$  die z-Komponente des Isobarens spinvektors ist. Zusätzlich ist zu definieren, bezüglich welcher Achse das Quadrupolmoment zu bestimmen ist. Die Achse des Gesamtdrehimpulses gibt eine ausgezeichnete Richtung an, die in die z-Achse des raumfesten Koordinatensystems gelegt wird, d. h. es wird in den die Ladungsdichte bestimmenden Eigenfunktionen  $J_t = J$  gesetzt.

Die Matrixelemente des Quadrupolmoments für die verschiedenen Einteilchenfunktionen sind im Anhang 4 aufgeführt.

Die Abschätzung der Deformation aus dem experimentell bestimmten Quadrupolmoment ergibt

1. bei Annahme einer gleichförmigen Ladungsverteilung

$$(5.17) \quad Q = \frac{4}{5} \eta z R^2$$

wo

$$(5.18) \quad \eta = \frac{c-a}{R} = 2 \frac{c-a}{c+a} \quad \eta \approx \frac{3}{4} d (1 - \frac{1}{8} d) \quad , \quad D = 1 + d$$

$c$  = große Achse des Deformationsellipsoids

$a$  = kleine Achse des Deformationsellipsoids



2. Bei Annahme einer statistischen Verteilung der Ladung nach Thomas-Fermi erhält man

$$(5.19) \quad Q \simeq 0,8 z R_t^2 1,5 d (1 + d)$$

mit  $R_t = 1,2 \times 10^{-13} A^{1/3} \text{ cm.}$



## 6. Der Kern $\text{Li}^7$

Am Beispiel dieses Kerns soll der weitere Gang der Rechnung gezeigt werden.

Der experimentell bestimmte Spin des Kerns ist  $I = 3/2$ . Stellt man die Einteilchenfunktion nach Abschnitt III zu Konfigurationen des Kerns zusammen, so ergeben sich die folgenden 15 Möglichkeiten:

$$\phi_1' = \{ \psi_{33}^+, \psi_{33}^0, \psi_{3-3}^0 \}$$

$$\phi_2' = \{ \psi_{33}^+, \psi_{31}^0, \psi_{3-1}^0 \}$$

$$\phi_3' = \{ \psi_{33}^+, \psi_{31}^0, \psi_{1-1}^0 \}$$

$$\phi_4' = \{ \psi_{33}^+, \psi_{3-1}^0, \psi_{11}^0 \}$$

$$\phi_5' = \{ \psi_{33}^+, \psi_{11}^0, \psi_{1-1}^0 \}$$

$$\phi_6' = \{ \psi_{31}^+, \psi_{33}^0, \psi_{3-1}^0 \}$$

$$\phi_7' = \{ \psi_{3-1}^+, \psi_{33}^0, \psi_{31}^0 \}$$

$$\phi_8' = \{ \psi_{31}^+, \psi_{33}^0, \psi_{1-1}^0 \}$$

$$\phi_9' = \{ \psi_{1-1}^+, \psi_{33}^0, \psi_{31}^0 \}$$

$$\phi_{10}' = \{ \psi_{3-1}^+, \psi_{33}^0, \psi_{11}^0 \}$$

$$\phi_{11}' = \{ \psi_{11}^+, \psi_{33}^0, \psi_{3-1}^0 \}$$

$$\phi_{12}' = \{ \psi_{11}^+, \psi_{33}^0, \psi_{1-1}^0 \}$$

$$\phi_{13}' = \{ \psi_{1-1}^+, \psi_{33}^0, \psi_{11}^0 \}$$

$$\phi_{14}' = \{ \psi_{31}^+, \psi_{31}^0, \psi_{11}^0 \}$$

$$\phi_{15}' = \{ \psi_{11}^+, \psi_{31}^0, \psi_{11}^0 \}$$



Dabei bedeutet die Klammerabkürzung eine Slaterdeterminante der Art

$$\Phi_1 = \{ \varphi_{33}^+, \varphi_{33}^0, \varphi_{3-3}^0 \} = \frac{1}{\sqrt{3!}} \begin{vmatrix} \varphi_{01}^{(+)} \varphi_{0-1}^{(+)} \varphi_{33}^{(+)} & \varphi_{01}^{(0)} \varphi_{0-1}^{(0)} \varphi_{33}^{(0)} \varphi_{3-3}^{(0)} \\ \varphi_{01}^{(-)} \varphi_{0-1}^{(-)} \varphi_{33}^{(-)} & \dots \\ \vdots & \vdots \\ \varphi_{01}^{(+)} \varphi_{0-1}^{(+)} & \dots \varphi_{3-3}^{(+)} \end{vmatrix}$$

Die Nukleonen der abgeschlossenen s-Schale sind in den Klammerausdrücken nicht aufgezählt.

Durch Anwendung des Drehimpulserhaltungssatzes ergeben sich die folgenden 8 Funktionen:

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\phi_{12}' - \phi_{11}') \\ \tilde{\Phi}_2 &= \frac{1}{\sqrt{10}} (2\phi_{12}' - 2\phi_{11}' - \phi_{10}' - \phi_{13}') \\ \tilde{\Phi}_3 &= \frac{1}{\sqrt{5}} (\phi_{11}' + 2\phi_{10}') \\ \tilde{\Phi}_4 &= \frac{1}{\sqrt{10}} (\phi_{11}' - \phi_{10}' + 2\phi_{13}' - 2\phi_{12}') \\ \tilde{\Phi}_5 &= \frac{1}{\sqrt{10}} (\phi_{11}' + \phi_{10}' + \frac{2}{\sqrt{3}} \phi_{14}') \\ \tilde{\Phi}_6 &= \frac{1}{\sqrt{10}} (\phi_{12}' + \phi_{13}' - \frac{2}{\sqrt{3}} \phi_{15}') \\ \tilde{\Phi}_7 &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\phi_{12}' - \phi_{13}') \\ \tilde{\Phi}_8 &= \phi_{15}' \end{aligned}$$



Nach dem Isotopenspinnerhaltungssatz mischen sich diese Funktionen bei  $T = 1/2$  zu

$$\phi_1 = \frac{1}{\sqrt{6}} \left[ \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} (\phi'_2 - \phi'_1) + \frac{1}{\sqrt{10}} (2\phi'_6 - 2\phi'_7 - \phi'_8 - \phi'_9) \right]$$

$$\phi_2 = \frac{1}{\sqrt{5}} \left[ \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} (\phi'_1 + 2\phi'_7) + \frac{1}{\sqrt{10}} (\phi'_6 - \phi'_{10} + 2\phi'_3 - 2\phi'_8) \right]$$

$$\phi_3 = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{10}} \left[ \phi'_{11} + \phi'_{10} + \frac{2}{\sqrt{3}} \phi'_{14} \right]$$

$$\phi_4 = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{10}} \left[ \phi'_{12} + \phi'_3 - \frac{2}{\sqrt{3}} \phi'_{15} \right]$$

$$\phi_5 = \frac{1}{\sqrt{5}} \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} (\phi'_{12} - \phi'_{13}) - \sqrt{2} \phi'_{11} \right]$$

Mit diesen Funktionen und mit Hilfe der im Anhang aufgeführten Tabellen der Matrixelemente wurde nun die Matrix der Gesamtenergie aufgestellt und deren Größe bei 4 verschiedenen Werten des Deformationsparameters  $d$  bestimmt. Der Bereich der  $d$ -Werte wurde dabei nach Abschnitt 5 abgeschätzt. Die Änderung des Spin-Bahn-Kopplungsanteils der Energie mit der Deformation wurde dabei vernachlässigt, da dieser wohl für den unterschiedlichen Einfluß der Konfigurationen bei der Bestimmung der Koeffizienten  $c_n$  wichtig ist, jedoch seine Änderung innerhalb einer Konfiguration klein gegenüber der Änderung der potentiellen und besonders der kinetischen Energie ist. Als Beispiel sind die numerischen Werte der Konfiguration 1 aufgeführt.

|                           | $D = 1,00$      | $D = 1,03$      |
|---------------------------|-----------------|-----------------|
| $\langle E_{Pot} \rangle$ | = - 141,303 MeV | = - 141,297 MeV |
| $\langle E_{kin} \rangle$ | = + 106,032 MeV | = + 106,443 MeV |
| $\langle E_{SB} \rangle$  | = - 2,454 MeV   | = - 2,454 MeV   |
| $\langle E_C \rangle$     | = + 1,872 MeV   | = + 1,872 MeV   |



Die Rechnung ergab folgende Energiematrizen:

$$D = 1,00$$

$$H = \begin{pmatrix} -36,271, & +0,567, & +0,913, & +0,864, & -2,261 \\ +0,567, & -27,125, & -1,278, & +1,150, & +1,791 \\ +0,913, & -1,278, & -30,283, & -1,924, & +3,641 \\ +0,864, & +1,150, & -1,924, & -27,841, & +2,801 \\ +2,261, & +1,791, & +3,641, & +2,801, & -29,462 \end{pmatrix}$$

$$D = 1,03$$

$$H = \begin{pmatrix} -36,048, & +0,567, & +0,913, & +0,864, & -2,261 \\ & -27,060, & -1,278, & +1,150, & +1,791 \\ & & -30,365, & -1,924, & +3,641 \\ & & & -27,742, & +2,801 \\ & & & & -29,240 \end{pmatrix}$$

$$D = 1,06$$

$$H = \begin{pmatrix} -35,797, & +0,567, & +0,913, & +0,864, & -2,261 \\ & -26,963, & -1,278, & +1,150, & +1,791 \\ & & -30,396, & -1,924, & +3,641 \\ & & & -27,635, & +2,801 \\ & & & & -28,985 \end{pmatrix}$$

$$D = 0,95$$

$$H = \begin{pmatrix} -36,484, & +0,567, & +0,913, & +0,864, & -2,261 \\ & -27,220, & -1,278, & +1,150, & +1,791 \\ & & -30,089, & -1,924, & +3,641 \\ & & & -27,845, & +2,801 \\ & & & & -29,715 \end{pmatrix}$$



Die Abhängigkeit der Diagonalelemente von  $d$  ist im Anhang Tafel II aufgetragen.

Die Energiematrizen wurden mit Hilfe einer elektronischen Rechenmaschine diagonalisiert. Dabei ergaben sich die Eigenwerte und Eigenvektoren für den Grundzustand (für die angeregten Zustände s. Anhang sowie Tafel III und IV).

$$D = 1,00$$

$$E_0 = - 36,962 \text{ MeV}$$

$$C_0 = (+ 1,0000, + 0,0085, + 0,0540, + 0,0190, - 0,3368)$$

$$D = 1,03$$

$$E_0 = - 36,740 \text{ MeV}$$

$$C_0 = (+ 1,0000, + 0,0099, + 0,0602, + 0,0218, - 0,3412)$$

$$D = 1,06$$

$$E_0 = - 36,490 \text{ MeV}$$

$$C_0 = (+ 1,0000, + 0,0115, + 0,0671, + 0,0249, - 0,3459)$$

$$D = 0,95$$

$$E_0 = - 37,178 \text{ MeV}$$

$$C_0 = (+ 1,0000, + 0,0078, + 0,0498, + 0,0174, - 0,3356)$$

Die Normierung ist hier so, daß der **erste** Koeffizient 1 wird.

Durch numerische Interpolation wurde das Minimum der Energie im Grundzustand zu

$$E_B = - 37,181 \text{ MeV} \quad \text{bei } D_M = + 0,936$$

bestimmt, mit dem auf 1 normierten Eigenvektor

$$C_B = (+ 0,9470, + 0,0072, + 0,0460, + 0,0160, - 0,3176)$$



Die Mischungskoeffizienten der Funktionen sind:

$$\begin{aligned} c_1^2 &= 0,89683 & c_2^2 &= 0,00005 & c_3^2 &= 0,00021 \\ c_4^2 &= 0,00026 & c_5^2 &= 0,10087 \end{aligned}$$

Wie in der Arbeit 3) diskutiert, gehen auch hier die Funktionen 1 und 5 mit dem größten Gewicht ein. In diesen Funktionen sind die Einteilchenmodellfunktionen mit abgeschlossener Neutronenschale und einer Protonenfunktion  $\psi_{32}$  enthalten.

Die Eigenwerte und ihre Abhängigkeit vom Deformationsparameter D sind in Tafel III aufgetragen, der Grundzustand außerdem auch in Tafel II. Ersichtlich folgt der Grundzustand dem energetisch tiefsten Diagonalelement vor der Diagonalisierung. Der Wert des zum Energieminimum gehörenden Parameters D liegt in dem nach Abschnitt 5 aus dem experimentellen Wert  $Q = -1,2 \times 10^{-26}$  abgeschätzten Bereich, wenn man die grobe Näherung der Abschätzung berücksichtigt.

$$\begin{array}{ll} \text{Nach Meth. 1: } D &= + 0,919 \\ \text{" " 2: } D &= + 0,932 \end{array}$$

Die Matrix des Quadrupolmoments ist

$$\begin{pmatrix} +2 Q_0 + \frac{13}{15} Q_1 + \frac{2}{15} Q_2, -\frac{2}{15} Q_4, & 0 & , & 0 & , & 0 \\ 2 Q_0 + \frac{1}{6} Q_1 + \frac{1}{6} Q_2 + \frac{2}{3} Q_3, +\frac{1}{10} Q_1 - \frac{1}{10} Q_2, -\frac{3}{10} Q_4, -\frac{1}{180} Q_4 \\ 2 Q_0 + \frac{3}{10} Q_1 + \frac{7}{10} Q_2, -\frac{1}{10} Q_4, -\frac{3}{60} Q_4 \\ & & & 2 Q_0 + Q_3, & 0 \\ & & & 2 Q_0 + \frac{2}{3} Q_1 + \frac{1}{3} Q_3 \end{pmatrix}$$

Dabei sind mit  $Q_i$  die im Anhang aufgeführten Matrixelemente bezeichnet.



Für den Wert  $D = + 0,936$  folgt

$$Q = \frac{1}{\lambda_0} \begin{pmatrix} - 1,0885, & + 0,1227, & 0 & , & 0 & , & 0 \\ & - 0,4126, & - 0,1872, & + 0,4064, & + 0,1009 & & \\ & & - 0,0180, & + 0,1354, & + 0,3029 & & \\ & & & - 0,4229, & 0 & & \\ & & & & - 1,0264 & & \end{pmatrix}$$

Mit den oben angegebenen Komponenten des Eigenvektors und den Mischungskoeffizienten folgt für den Erwartungswert des Quadrupolmoments

$$\langle Y|Q|Y \rangle = - 1,089 \frac{1}{\lambda_0} = - 2,566 \cdot 10^{-26} \text{ cm}^2$$

Bei  $V_{SB}^2$  ergaben sich die Werte

$$E_B = - 42,98 \text{ MeV} \quad D_M = 0,939$$

$$\begin{array}{lll} c_1 = + 0,9855 & c_2 = - 0,0279 & c_3 = - 0,1364 \\ c_4 = - 0,0355 & c_5 = - 0,0914 & \end{array}$$

(s. auch Anhang sowie Tafel IV).

Der Erwartungswert des Quadrupolmoments ist

$$\langle Q \rangle = - 2,452 \cdot 10^{-26} \text{ cm}^2$$

Der experimentelle Wert des Quadrupolmoments ist nicht genau bekannt, doch scheint der negative Wert der wahrscheinlichere (s. Diskussion bei Inglis<sup>8)</sup>):

$$Q_{\text{exp.}} = - 1,2 \cdot 10^{-26} \text{ cm}^2$$

Die berechneten Werte sind um einen Faktor 2 größer, doch ist der Betrag des experimentellen Wertes bei  $\text{Li}^7$  so unsicher, daß eine Verbesserung der Messung abgewartet werden muß, ehe ein



Vergleich möglich ist. Die Deformation gibt eindeutig ein abgeplattetes Ellipsoid und damit ein negatives Quadrupolmoment. Dies ist wesentlich bestimmt durch die energetisch tiefe Lage des Niveaus der Konfiguration  $\{\varphi_{33}^+; \varphi_{33}^0, \varphi_{33}^0\}$ , was zum Hauptteil durch die Spin-Bahn-Kopplung verursacht ist.

Die Niveaus lassen sich nicht mit dem Experiment vergleichen, da kein weiterer Zustand  $I = 3/2$ ,  $T = 1/2$  gefunden wurde und oberhalb  $\sim 8$  MeV Abstand vom Grundniveau die hier benutzte Näherung schlecht wird, da keine Zustände der höheren Schalen beigemischt sind. Die Berücksichtigung einer Tensorkraft statt der Spin-Bahn-Kopplung kann den Abstand des ersten Anregungsniveaus  $^2P_{1/2}$  gut erklären<sup>39)</sup>, doch gelingt dies auch mit  $V_{SB}^2$  (s. Arbeit 11)).

Die Bindungsenergie ist um  $\sim 10\%$  zu hoch.



## 7. Der Kern $\text{Li}^6$

Der experimentell bestimmte Spin ist  $I = 1$ . Folgende Konfigurationen lassen sich aufstellen:

$$\phi_1' = \{ \psi_{33}^+, \psi_{3-1}^0 \}$$

$$\phi_2' = \{ \psi_{31}^+, \psi_{31}^0 \}$$

$$\phi_3' = \{ \psi_{33}^+, \psi_{1-1}^0 \}$$

$$\phi_4' = \{ \psi_{11}^+, \psi_{31}^0 \}$$

$$\phi_5' = \{ \psi_{11}^+, \psi_{11}^0 \}$$

$$\phi_6' = \{ \psi_{3-1}^+, \psi_{33}^0 \}$$

$$\phi_7' = \{ \psi_{1-1}^+, \psi_{33}^0 \}$$

$$\phi_8' = \{ \psi_{31}^+, \psi_{11}^0 \}$$

Mit dem Drehimpuls- und Isotopenspinnerhaltungssatz wird:

$$\phi_1 = \sqrt{\frac{2}{5}} \left( \phi_2' + \frac{1}{2} \sqrt{3} \phi_1' + \frac{1}{2} \sqrt{3} \phi_6' \right)$$

$$\phi_2 = \frac{1}{2\sqrt{2}} \left( \phi_4' - \sqrt{3} \phi_7' + \phi_8' - \sqrt{3} \phi_3' \right)$$

$$\phi_3 = \phi_5'$$

Mit diesen Funktionen wurden die folgenden Energiematrizen berechnet:



$$D = 1,00$$

$$H = \begin{pmatrix} - 29,548, & + 4,905, & - 3,084 \\ + 4,905, & - 30,492, & + 0,545 \\ - 3,084, & + 0,545, & - 27,406 \end{pmatrix}$$

$$D = 1,03$$

$$H = \begin{pmatrix} - 29,576, & + 4,905, & - 3,084 \\ & - 30,376, & + 0,545 \\ & & - 27,367 \end{pmatrix}$$

$$D = 1,06$$

$$H = \begin{pmatrix} - 29,625, & + 4,905, & - 3,084 \\ & - 30,240, & + 0,545 \\ & & - 27,293 \end{pmatrix}$$

$$D = 1,10$$

$$H = \begin{pmatrix} - 29,614, & + 4,905, & - 3,084 \\ & - 29,999, & + 0,545 \\ & & - 27,172 \end{pmatrix}$$

Der Gang der Diagonalelemente mit D ist in Tafel V aufgetragen. Die Eigenwertbestimmung ergab folgende Werte (s. auch Anhang und Tafel VI):

$$D = 1,00$$

$$E_0 = - 35,718 \text{ MeV}$$

$$C_0 = (+ 1,0000, - 0,9840, + 0,4355)$$

$$D = 1,03$$

$$E_0 = - 35,676 \text{ MeV}$$

$$C_0 = (+ 1,0000, - 0,9702, + 0,4348)$$



$$D = 1,06$$

$$E_0 = - 35,633 \text{ MeV}$$

$$C_0 = (+ 1,0000, - 0,9531, + 0,4320)$$

$$D = 1,10$$

$$E_0 = - 35,514 \text{ MeV}$$

$$C_0 = (+ 1,0000, - 0,9320, + 0,4306)$$

Das Minimum der Energie des Grundzustandes wurde bei

$$D_M = + 1,0036$$

$$\text{zu} \quad E_B = - 35,720 \text{ MeV}$$

bestimmt.

Die Komponenten des zugehörigen Eigenvektors sind  $C_0 = (c_1, c_2, c_3)$

$$c_1 = + 0,6812 \quad c_2 = - 0,6692 \quad c_3 = + 0,2967$$

und die Mischungskoeffizienten

$$c_1^2 = 0,4641 \quad c_2^2 = 0,4478 \quad c_3^2 = 0,0880$$

Die Matrix des Quadrupolmoments ist:

$$Q = \begin{pmatrix} 2 Q_0 + \frac{7}{10} Q_2 + \frac{3}{10} Q_1, & - \frac{1}{45} Q_4, & 0 \\ 2 Q_0 + \frac{1}{2} Q_3 + \frac{1}{8} Q_2 + \frac{3}{8} Q_1, & \frac{1}{22} Q_4 & \\ & 2 Q_0 + Q_3 \end{pmatrix}$$

ihr Wert für  $D_M$  wird



$$Q = \frac{1}{\lambda_0} \begin{pmatrix} + 0,4122, & + 0,1585, & 0 \\ & - 0,2392, & - 0,5014 \\ & & + 0,0126 \end{pmatrix}$$

Der Erwartungswert des Quadrupolmoments wird

$$\langle \Psi | Q | \Psi \rangle = + 0,34 \cdot 10^{-26} \text{ cm}^2$$

Die Rechnung mit  $V_{SB}^2$  ergab für den Grundzustand

$$E_B = - 36,65 \text{ MeV} \quad \text{bei } D_M = 1,022$$

mit den Komponenten des Eigenvektors

$$c_1 = + 0,7891 \quad c_2 = - 0,5957 \quad c_3 = + 0,1497$$

(s. auch Anhang und Tafel VII).

Hiermit wird der Erwartungswert des Quadrupolmoments

$$\langle \Psi | Q | \Psi \rangle = + 0,38 \cdot 10^{-26} \text{ cm}^2$$

Beide Werte des Quadrupolmoments sind kleiner, als die in den Arbeiten 3) und 11) gefundenen. Der experimentelle Wert ist nicht genau bekannt, wird aber  $\langle + 0,1 \cdot 10^{-26} \text{ cm}^2$  angenommen.

Otsuki und Mitarbeiter<sup>40)</sup> fanden bei der Rechnung mit einem symmetrischen pseudoskalaren Mesonpotential einen negativen Wert für  $Q$ , der  $\langle - 0,1 \cdot 10^{-26} \text{ cm}^2$  ist, bei der Annahme einer starken Spin-Bahn-Kopplung ( $\sim 8,5 \text{ MeV}$ ). Ebenso konnten die Niveaus bei 2,19, 3,58, und 5,3 MeV erklärt werden. Dahingegen fand Kurath<sup>11)</sup>, daß keine gute Übereinstimmung mit den experimentell bestimmten Anregungszuständen gefunden wird, wenn das Verhältnis von Einteilchen-Spin-Bahn-Kopplung zu Austauschkraft  $\frac{a}{K}$ , das ein Maß für die "intermediate coupling" zwischen den Extremen LS- und jj-Kopplung ist, zu 1,6 gewählt wird,



was bei gleicher Reichweite einem Wert  $-1,92$  für die Tiefe des Potentials der Spin-Bahn-Kopplung entspricht ( $K = -1,2$ ). Es existieren verschiedene Arbeiten<sup>s. 41)</sup>, die bei  $\text{Li}^6$  eine unterschiedliche Anwendung der mittleren Kopplung finden. Auch ein  $\alpha$ -d-Modell wird diskutiert<sup>7)</sup>. Hier ist  $\frac{a}{K} = 2,1$ . Die gefundenen Niveaus für  $I = 1$ ,  $T = 0$ , geben die Erfahrung schlecht wieder. Bei  $V_{\text{SB}}^1$  liegt der erste Anregungszustand zu hoch. Bei  $V_{\text{SB}}^2$  ist das erste Niveau bei  $1,55$  MeV, im Experiment aber bei  $3,57$  MeV. Das Ergebnis bestätigt also die Ergebnisse der Arbeit 11) für  $\text{Li}^6$ .

Eine Berücksichtigung von Tensorkräften<sup>39)</sup> zeigt hier im Gegensatz zu  $\text{Li}^7$  ein schlechtes Ergebnis (s-Doublett-Abstand  $1,4$  MeV statt  $2,189$  experimentell).

Das Verhältnis  $Q_{\text{Li}^6}/Q_{\text{Li}^7}$  ist genauer bekannt als die Einzelwerte, da die oben angeführte Schwierigkeit der Bestimmung des elektrischen Feldes nicht eingeht. Kusch<sup>38)</sup> bestimmte es zu  $\leq 0,04$ . Hier ist

$$\frac{Q_{\text{Li}^6}}{Q_{\text{Li}^7}} = \begin{cases} 0,13 & \text{bei } V_{\text{SB}}^1 \\ 0,15 & \text{bei } V_{\text{SB}}^2 \end{cases}$$

und ist zu groß.

Der wahrscheinliche Grund ist das zu groß gefundene Quadrupolmoment für  $\text{Li}^6$ , der es wahrscheinlich macht, daß eine Beschreibung im  $\alpha$ -d-Modell für diesen Kern adäquater ist (s. Diskussion in der Arbeit 8) von Inglis).

Die experimentell bestimmte Bindungsenergie<sup>49)</sup> ist  $E_B = -31,99$  MeV, der obige Wert also um  $14\%$  zu groß.



# 8. Der Kern Be<sup>9</sup>

Der experimentelle Spin ist  $I = 3/2$ . Es wurden die folgenden 14 Konfigurationen gebildet:

$$\phi_1' = \{ \psi_{33}^+ \psi_{3-3}^+, \psi_{33}^0 \psi_{31}^0 \psi_{3-1}^0 \}$$

$$\phi_2' = \{ \psi_{33}^+ \psi_{3-3}^+, \psi_{33}^0 \psi_{11}^0 \psi_{1-1}^0 \}$$

$$\phi_3' = \{ \psi_{33}^+ \psi_{3-3}^+, \psi_{33}^0 \psi_{31}^0 \psi_{1-1}^0 \}$$

$$\phi_4' = \{ \psi_{33}^+ \psi_{3-3}^+, \psi_{33}^0 \psi_{3-1}^0 \psi_{11}^0 \}$$

$$\phi_5' = \{ \psi_{31}^+ \psi_{3-1}^+, \psi_{33}^0 \psi_{31}^0 \psi_{3-1}^0 \}$$

$$\phi_6' = \{ \psi_{11}^+ \psi_{1-1}^+, \psi_{33}^0 \psi_{31}^0 \psi_{3-1}^0 \}$$

$$\phi_7' = \{ \psi_{31}^+ \psi_{1-1}^+, \psi_{33}^0 \psi_{31}^0 \psi_{3-1}^0 \}$$

$$\phi_8' = \{ \psi_{3-1}^+ \psi_{11}^+, \psi_{33}^0 \psi_{31}^0 \psi_{3-1}^0 \}$$

$$\phi_9' = \{ \psi_{31}^+ \psi_{3-1}^+, \psi_{33}^0 \psi_{31}^0 \psi_{1-1}^0 \}$$

$$\phi_{10}' = \{ \psi_{31}^+ \psi_{3-1}^+, \psi_{33}^0 \psi_{3-1}^0 \psi_{11}^0 \}$$

$$\phi_{11}' = \{ \psi_{33}^+ \psi_{31}^+, \psi_{33}^0 \psi_{3-3}^0 \psi_{3-1}^0 \}$$

$$\phi_{12}' = \{ \psi_{33}^+ \psi_{3-1}^+, \psi_{33}^0 \psi_{3-3}^0 \psi_{31}^0 \}$$

$$\phi_{13}' = \{ \psi_{33}^+ \psi_{3-1}^+, \psi_{33}^0 \psi_{3-1}^0 \psi_{11}^0 \}$$

$$\phi_{14}' = \{ \psi_{33}^+ \psi_{31}^+, \psi_{33}^0 \psi_{31}^0 \psi_{11}^0 \}$$



Alle übrigen nach Abschnitt 3 noch möglichen haben mit der energetisch tiefsten Konfiguration 1 in der Energiematrix ein verschwindendes Übergangselement und wurden hier vernachlässigt. Durch Anwendung des Drehimpuls- und Isotopenspinnerhaltungssatzes wurden aus den Konfigurationen die folgenden Funktionen gebildet:

$$\begin{aligned} \psi_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\psi_{10} + \psi_{11}) \\ \psi_2 &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\psi_{10} - \psi_{11}) \\ \psi_3 &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\psi_{10} + \psi_{11}) \\ \psi_4 &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\psi_{10} - \psi_{11}) \end{aligned}$$

Mit ihnen wurden die Energiematrizen berechnet:

$$D = 1,00$$

$$H = \begin{pmatrix} -52,196, & + 1,533, & - 1,162, & + 3,542 \\ & - 47,380, & + 0,898, & 0 \\ & & - 49,148, & 0 \\ & & & - 47,097 \end{pmatrix}$$

$$D = 1,03$$

$$H = \begin{pmatrix} -52,361, & + 1,533, & - 1,162, & + 3,542 \\ & - 47,358, & + 0,898, & 0 \\ & & - 48,979, & 0 \\ & & & - 47,313 \end{pmatrix}$$



$$D = 1,06$$

$$H = \begin{pmatrix} -52,436, & +1,533, & -1,162, & +3,542 \\ & -47,301, & +0,898, & 0 \\ & & -48,721, & 0 \\ & & & -47,473 \end{pmatrix}$$

$$D = 1,10$$

$$H = \begin{pmatrix} -52,478, & +1,533, & -1,162, & +3,542 \\ & -47,161, & +0,898, & 0 \\ & & -48,326, & 0 \\ & & & -47,612 \end{pmatrix}$$

Der Gang der Diagonalelemente mit D ist in Tafel VIII aufgetragen. Die Eigenwertbestimmung ergab für den Grundzustand die folgenden Lösungen (s.a. Anhang):

$$D = 1,00$$

$$E_0 = -54,379 \text{ MeV}$$

$$C_0 = (+1,0000, +0,0068, -0,2232, -0,5434)$$

$$D = 1,03$$

$$E_0 = -54,440 \text{ MeV}$$

$$C_0 = (+1,0000, +0,0049, -0,2095, -0,5477)$$

$$D = 1,06$$

$$E_0 = -54,628 \text{ MeV}$$

$$C_0 = (+1,0000, +0,0033, -0,1972, -0,5543)$$

$$D = 1,10$$

$$E_0 = -54,681 \text{ MeV}$$

$$C_0 = (+1,0000, +0,0015, -0,1830, -0,5618)$$

Ihr Gang mit D ergibt sich aus Tafel IX.



Das Energieminimum liegt bei

$$D_M = + 1,0902$$

und beträgt

$$E_B = - 54,684 \text{ MeV.}$$

Die Komponenten des Eigenvektors und die Mischungskoeffizienten sind:

$$\begin{array}{llll} c_1 = + 0,8611 & c_2 = + 0,0016 & c_3 = - 0,1601 & c_4 = - 0,4821 \\ c_1^2 = 0,74149 & c_2^2 = 0,00000 & c_3^2 = 0,02563 & c_4^2 = 0,23242 \end{array}$$

Auch hier sind also die nach dem Einteilchenmodell zu erwartenden Funktionen  $\phi$ ,  $\phi$ , und  $\phi$  mit sehr starkem Anteil vertreten ( $\approx 97 \%$ ).

Die Matrix des Quadrupolmoments ist

$$Q = \begin{pmatrix} 2 Q_0 + Q_1 + Q_2, & 0 & , & 0 & , & 0 \\ & 2 Q_0 + Q_1 + Q_2, & & 0 & , & 0 \\ & & 2 Q_0 + Q_1 + Q_2, & & 0 & \\ & & & 2 Q_0 + 2 Q_3 \end{pmatrix}$$

Ihr Wert bei  $D_M$ :

$$Q = \frac{1}{\lambda_0} \begin{pmatrix} + 0,7253, & 0 & , & 0 & , & 0 \\ & + 0,7253, & & 0 & , & 0 \\ & & + 0,7253, & & 0 & \\ & & & + 0,8214 \end{pmatrix}$$

Es folgt für den Erwartungswert des Quadrupolmoments:

$$\langle \Psi | Q | \Psi \rangle = + \underline{0,5293} = + 2,683 \cdot 10^{-26} \text{ cm}^2$$



Die Werte für  $V_{SB}^2$  sind

$$D_M = + 1,0663 \quad E_B = - 60,80 \text{ MeV}$$

$$c_1 = + 0,8602 \quad c_2 = - 0,1208 \quad c_3 = + 0,4085 \quad c_4 = - 0,2804$$

Die anderen Werte s. im Anhang und Tafel X.

Der Erwartungswert des Quadrupolmoments wird hiermit

$$\langle \Psi | Q | \Psi \rangle = + 2,002 \cdot 10^{-26} \text{ cm}^2$$

Der experimentelle Wert ist

$$Q_{\text{exp}} = + 2 \cdot 10^{-26} \text{ cm}^2$$

und wird durch  $V_{SB}^2$  besser wiedergegeben. Nimmt man in der Arbeit von Kurath den Wert für  $\frac{a}{K}$ , der aus dem Vergleich mit dem magnetischen Moment folgt ( $\frac{a}{K} = 1,5$ ), so ergibt seine Rechnung  $Q = 0,42 \langle r^2 \rangle$ . Mit dem hier benutzten Wert  $\lambda = 2,96 \cdot 10^{25}$  wird dann  $Q = + 2,23 \cdot 10^{-26} \text{ cm}^2$  mit guter Annäherung an das Experiment.

Die Niveaus lassen sich aus mangelnder experimenteller Indizierung nicht vergleichen. Die experimentelle Bindungsenergie ist  $E_B^{\text{exp}} = 58,156 \text{ MeV}$  und die hier berechneten Werte liegen zu tief bzw. zu hoch. Das liegt an der starken Änderung des Niveaus der Konfiguration 1 durch die geänderte Spin-Bahn-Kopplung,  $V_0^2 b_2^2 / V_0^1 b_1^2 = 1,9$ , wobei  $b^2$  V als Maß für die Stärke des Potentials genommen wurde.



### 9. Der Kern $N^{14}$

Der experimentell bestimmte Spin ist  $I = 1$ .

Folgende 8 Konfigurationen lassen sich bilden:

$$\phi_1' = \{ \psi_{33}^+ \psi_{3-3}^+ \psi_{31}^+ \psi_{3-1}^+ \psi_{11}^+, \psi_{33}^0 \psi_{3-3}^0 \psi_{31}^0 \psi_{3-1}^0 \psi_{11}^0 \}$$

$$\phi_2' = \{ \psi_{33}^+ \psi_{3-3}^+ \psi_{31}^+ \psi_{3-1}^+ \psi_{11}^+, \psi_{33}^0 \psi_{3-3}^0 \psi_{31}^0 \psi_{11}^0 \psi_{1-1}^0 \}$$

$$\phi_3' = \{ \psi_{33}^+ \psi_{3-3}^+ \psi_{31}^+ \psi_{11}^+ \psi_{1-1}^+, \psi_{33}^0 \psi_{3-3}^0 \psi_{31}^0 \psi_{3-1}^0 \psi_{11}^0 \}$$

$$\phi_4' = \{ \psi_{33}^+ \psi_{3-3}^+ \psi_{31}^+ \psi_{11}^+ \psi_{1-1}^+, \psi_{33}^0 \psi_{3-3}^0 \psi_{11}^0 \psi_{1-1}^0 \psi_{31}^0 \}$$

$$\phi_5' = \{ \psi_{33}^+ \psi_{3-3}^+ \psi_{31}^+ \psi_{3-1}^+ \psi_{1-1}^+, \psi_{33}^0 \psi_{31}^0 \psi_{3-1}^0 \psi_{11}^0 \psi_{1-1}^0 \}$$

$$\phi_6' = \{ \psi_{33}^+ \psi_{31}^+ \psi_{3-1}^+ \psi_{11}^+ \psi_{1-1}^+, \psi_{33}^0 \psi_{3-3}^0 \psi_{31}^0 \psi_{3-1}^0 \psi_{1-1}^0 \}$$

$$\phi_7' = \{ \psi_{33}^+ \psi_{31}^+ \psi_{3-1}^+ \psi_{11}^+ \psi_{1-1}^+, \psi_{33}^0 \psi_{3-3}^0 \psi_{11}^0 \psi_{1-1}^0 \psi_{3-1}^0 \}$$

$$\phi_8' = \{ \psi_{33}^+ \psi_{3-3}^+ \psi_{11}^+ \psi_{1-1}^+ \psi_{3-1}^+, \psi_{33}^0 \psi_{31}^0 \psi_{3-1}^0 \psi_{11}^0 \psi_{1-1}^0 \}$$

Mit den Erhaltungssätzen für den Gesamtdrehimpuls und Isotopenspin ergeben sich die Funktionen

$$\phi_1 = \frac{1}{5} \left( \phi_4' + \frac{1}{2} \sqrt{3} \phi_7' + \frac{1}{2} \sqrt{3} \phi_8' \right)$$

$$\phi_2 = \frac{1}{2\sqrt{2}} \left( \phi_2' - \sqrt{3} \phi_5' + \phi_3' - \sqrt{3} \phi_6' \right)$$

$$\phi_3 = \phi_1'$$

Mit diesen Funktionen errechnen sich die folgenden Energiematrizen:



$$D = 1,00$$

$$H = \begin{pmatrix} -122,877, & +4,905, & -3,084 \\ & -127,472, & +0,545 \\ & & -127,303 \end{pmatrix}$$

$$D = 1,03$$

$$H = \begin{pmatrix} -122,681, & +4,905, & -3,084 \\ & -127,664, & +0,545 \\ & & -127,390 \end{pmatrix}$$

$$D = 1,06$$

$$H = \begin{pmatrix} -122,256, & +4,905, & -3,084 \\ & -127,642, & +0,545 \\ & & -127,309 \end{pmatrix}$$

$$D = 0,95$$

$$H = \begin{pmatrix} -122,997, & +4,905, & -3,084 \\ & -126,920, & +0,545 \\ & & -126,869 \end{pmatrix}$$

Der Gang der Diagonalelemente mit D ist in Tafel XI aufgetragen. Die Eigenwertbestimmung ergab folgende Resultate:

$$D = 1,00$$

$$E_0 = -131,73 \text{ MeV}$$

$$C_0 = (+1,0000, -1,2650, +0,8547)$$

$$D = 1,03$$

$$E_0 = -131,78 \text{ MeV}$$

$$C_0 = (+1,0000, -1,3088, +0,8664)$$



$$D = 1,06$$

$$E_0 = - 131,63 \text{ MeV}$$

$$C_0 = (+ 1,0000, - 1,3530, + 0,8856)$$

$$D = 0,95$$

$$E_0 = - 131,40 \text{ MeV}$$

$$C_0 = (+ 1,0000, - 1,1950, + 0,8242)$$

Der Gang der Eigenwerte mit D gibt Tafel XII.

Das Energieminimum liegt bei

$$D_M = + 1,0213$$

und sein Wert ist

$$E_B = - 131,772 \text{ MeV}$$

Die zugehörigen Koeffizienten sind:

$$c_1 = + 0,5404 \quad c_2 = - 0,6997 \quad c_3 = + 0,4668$$

und die Mischungskoeffizienten

$$c_1^2 = 0,29203 \quad c_2^2 = 0,48965 \quad c_3^2 = 0,21786$$

Die Matrix des Quadrupolmoments ist

$$Q = \begin{pmatrix} 2 Q_0 + \frac{17}{10} Q_1 + 5 Q_3 + \frac{13}{10} Q_2, & - \frac{1}{4} \frac{1}{5} Q_4, & 0 \\ 2 Q_0 + \frac{13}{8} Q_1 + \frac{15}{8} Q_2 + \frac{3}{2} Q_3, & \frac{1}{2} \frac{1}{2} Q_4 & \\ 2 Q_0 + 2 Q_1 + 2 Q_2 + Q_3 & & \end{pmatrix}$$

und ihr Wert bei  $D_M$



$$Q = \frac{1}{\lambda_0} \begin{pmatrix} + 0,5446, & + 0,1607, & 0 \\ & + 1,0679, & - 0,5084 \\ & & + 0,6723 \end{pmatrix}$$

Hieraus folgt der Erwartungswert

$$\langle \Psi | Q | \Psi \rangle = + 0,9337 \frac{1}{\lambda_0} = + 2,615 \cdot 10^{-26} \text{ cm}^2$$

Die Werte für  $V_{SB}^2$  sind

$$D_M = + 1,030 \quad E_B = - 142,28 \text{ MeV}$$

$$c_1 = + 0,1025 \quad c_2 = - 0,0943 \quad c_3 = + 0,9903$$

Hiermit folgt

$$\langle \Psi | Q | \Psi \rangle = + 1,634 \cdot 10^{-26} \text{ cm}^2$$

als Erwartungswert des Quadrupolmoments.

Die große Differenz der beiden Quadrupolmomentwerte sowie der Eigenvektoren wird durch die starke Änderung des Niveaus der Konfiguration  $\phi_3$  mit der Spin-Bahn-Kopplung verursacht. Daß zu einem größeren Wert des Deformationsparameters ein kleineres Quadrupolmoment berechnet wird, liegt an dem Anteil des Quadrupolmoments, der schon bei Kugelsymmetrie ( $D = 1$ ) vorhanden ist. Die Funktionen, die eine maximale Anzahl von Oszillatorfunktionen  $\varphi_{3i}$  enthalten, bekommen durch die stärkere Spin-Bahn-Kopplung  $V_{SB}^2$  die größte Änderung des Gewichts ( $c_k$ ). Da der z-Anteil der Dichteverteilung der Funktionen  $\varphi_{3z3}$  gegenüber den x, y-Anteilen klein ist, und auch bei den Funktionen  $\varphi_{3z1}$  der x, y-Anteil überwiegt, muß der positive Erwartungswert des Quadrupolmoments bei  $V_{SB}^2$  kleiner werden (s.a. bei  $\text{Be}^9$ ).

Der experimentelle Wert für Q ist

$$Q_{\text{exp}} = + 2 \cdot 10^{-26} \text{ cm}^2$$



Da der Fehlerbereich der Messung nicht angegeben wurde, kann keine Bewertung der berechneten Daten erfolgen. Der Vergleich mit den experimentell gefundenen Niveaus bei 3,95 und 5,10 MeV zeigt eine schlechte Näherung für  $V_{SB}^2$ , bei  $V_{SB}^1$  liegt das erste Niveau bei 4,80 MeV, das zweite bei 12,79, ist also auch nicht befriedigend. Allerdings ist der Spin des 3,95 MeV-Niveaus noch zweifelhaft.



## 10. Zusammenfassung

Das hier verwendete Vielteilchen-Schalenmodell kann eine Abweichung der Dichteverteilung der Nukleonen von der sphärisch-symmetrischen Form erklären, die in dem aus Quadrupolmomentmessungen erwarteten Bereich liegt. Wesentlich hierfür war eine weitgehende Berücksichtigung von Konfigurationsmischungen. Das Verfahren zeigte sich sehr empfindlich gegenüber der Vernachlässigung von Konfigurationen. Rechnungen mit dem Grundzustand des Einteilchen-Schalenmodells ergaben um Größenordnungen falsche Werte.

Bei den elektrischen Quadrupolmomenten, deren Berechnungsmöglichkeit im Schalenmodell nach den Arbeiten 3) und 11) zweifelhaft erschien, konnten Verbesserungen erzielt werden. Die berechneten Werte liegen innerhalb der Fehlergrenzen der Meßergebnisse, deren Verbesserung wünschenswert erscheint.

Eine Entscheidung zugunsten einer der beiden verwendeten Spin-Bahn-Kopplungen konnte aus dem Deformationsverhalten sowie aus der Lage der Anregungsniveaus nicht getroffen werden. Die gefundenen Niveaus stimmen nur mäßig mit der Erfahrung überein, obgleich die verwendeten Parameter für die Potentiale im Bereich der "intermediate coupling" liegen. Das zeigt, daß die aus den Streudaten bestimmten Parameter die energetischen Verhältnisse im Kern schlecht erklären. Die trotzdem gute Beschreibung der Deformation hat ihren Grund in dem starken Einfluß der kinetischen Energie bei der Deformation. Die Änderung der Diagonalelemente der Energiematrix vor dem Diagonalisieren mit dem Deformationsparameter  $D$  ist weitgehend durch die kinetische Energie bestimmt, während die Spin-Bahn-Kopplung die gegenseitigen Abstände der Niveaus regelt und dadurch in den Deformationsgang der Eigenzustände eingeht.

Herrn Professor F. Bopp danke ich für die Überlassung der Arbeit, sowie Herrn Dr. F. Beck für viele fördernde Diskussionen.



Für die Hilfe beim Diagonalisieren der Matrizen danke ich Herrn Dr. Urig und der PERM, Techn. Hochschule München, sowie der IBM in Sindelfingen, insbesondere Herrn Dr. Hesse.

Der Deutschen Forschungsgemeinschaft danke ich für zeitweise Unterstützung.



Literatur

- 1) M. Goeppert-Mayer, Phys. Rev. 75, 1969 (1949)
- 2) O. Haxel, H. D. Jensen u. M. Suess, Z. Phys. 128, 295 (1950)
- 3) R. Schulten, Z. f. Naturforschung, 8a, 759 (1953)
- 4) B. H. Flowers, Proc. Roy. Soc. London A 212, 248 (1952)
- 5) B. H. Flowers, Phil. Mag. 43, 1330 (1952)
- 6) A. R. Edmonds u. B. H. Flowers, Proc. Roy. Soc. London A 214, 515 (1952)
- 7) D. R. Inglis, Phys. Rev. 87, 915 (1952)
- 8) D. R. Inglis, Rev. Mod. Phys. 25, 390 (1953)
- 9) D. Kurath, Phys. Rev. 88, 804 (1952)
- 10) D. Kurath, Phys. Rev. 101, 216 (1956)
- 11) R. Hüper, Z. f. Naturforschung 12a, 295 (1957)
- 12) J. P. Elliott, Proc. Roy. Soc. A 218, 345 (1953)
- 13) A. M. Lane, Proc. Phys. Soc. A 66, 977 (1953)
- 14) F. Winterberg, Z. f. Naturforschung 12a, 271 (1957)
- 15) A. Bohr u. B. Mottelson, Dan. Mat. fys. Medd. 26, 14 (1952)
- 16) A. Bohr u. B. R. Mottelson, Dan. Mat. fys. Medd. 27, No. 16 (1953)
- 17) S. A. Moszkowski u. C. H. Townes, Phys. Rev. 93, 306 (1953)
- 18) D. L. Hill u. M. A. Wheeler, Phys. Rev. 89, 1102 (1953)
- 19) K. W. Ford, Phys. Rev. 90, 29 (1953)
- 20) L. Wilets, D. Hill, K. W. Ford, Phys. Rev. 90, 1388 (1953)
- 21) A. Bohr, Rotational States of Atomic Nuclei, Kopenhagen (1954)
- 22) J. Rainwater, Phys. Rev. 79, 432 (1951)
- 23) E. Feenberg u. K. C. Hammack, Phys. Rev. 81, 285 (1951)
- 24) R. D. Amado, Phys. Rev. 108, 1462 (1957)
- 25) R. D. Amado u. R. J. Blin-Stoyle, Proc. Phys. Soc. A 70, 532 (1957)
- 26) A. Arima u. H. Horie, Proc. Theor. Phys. Japan, 12, 623 (1954)
- 27) A. Arima u. H. Horie, Phys. Rev. 99, 778 (1955)
- 28) S. Moszkowski, Phys. Rev. 99, 803 (1955)
- 29) K. Gottfried, Phys. Rev. 103, 1017 (1955)
- 30) K. Kumar u. M. A. Preston, Phys. Rev. 107, 1099 (1957)
- 31) A. E. Litherland, E. B. Paul, G. A. Bartholomew u. H. F. Gove, Phys. Rev. 102, 208 (1956)



- 32) E. B. Paul, Phil. Mag. 2, 311 (1957)
- 33) A. Russek, Phys. Rev. 109, 487 (1958)
- 34) S. G. Nilsson, Dan. Mat. fys. Medd. 29, 16 (1955)
- 35) J. P. Elliott (unveröffentlicht)
- 36) H. Gaus, Z. f. Naturforschung 4a, 721 (1949)
- 37) P. Kusch, Phys. Rev. 75, 887 (1949)
- 38) P. Kusch, Phys. Rev. 76, 138 (1949)
- 39) A. M. Feingold, Phys. Rev. 101, 258 (1957)
- 40) S. Otsuki, T. Sawade u. S. Suekane, Progr. Theor. Phys. Japan, 13, 79 (1955)
- 41) N. Zeldes, Phys. Rev. 90, 416 (1953)
- 42) A. M. Lane, Proc. Phys. Soc. A 68, 189 (1955)
- 43) H. Hummel u. D. R. Inglis, Phys. Rev. 81, 910 (1951)
- 44) G. E. Tauber u. Ta-You Wu, Phys. Rev. 93, 295 (1954)
- 45) E. M. Lane u. J. P. Elliott, Phys. Rev. 96, 1160 (1954)
- 46) J. Hughes u. K. T. Le Couteur, Proc. Phys. Soc. A 63, 1219 (1950)
- 47) T. Lauritsen, P. Morrison u. W. A. Fowler, Rev. Mod. Phys. 22, 291 (1950)
- 48) H. P. French u. P. B. Tracy, Proc. Phys. Soc. 64, 452 (1951)
- 49) J. Mattauch, L. Waldmann, R. Bieri u. F. Everling, Ann. Rev. Nucl. Sc. 6 (1956)
- 50) R. Hofstadter, Rev. Mod. Phys. 28, 214 (1956)



11. Anhang

|                                                                                               | <u>Seite</u> |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| 1. Matrixelemente der potentiellen Energie                                                    | 51           |
| 2.       "               des Spin-Bahn-Kopplungs-Potentials                                   | 55           |
| 3.       "               des Coulombpotentials                                                | 56           |
| 4.       "               des Quadrupolmomentoperators                                         | 57           |
| 5. Eigenwerte und Eigenvektoren für $\text{Li}^7$ bei $V_{\text{SB}}^1$ und $V_{\text{SB}}^2$ | 58           |
| 6.       "       "       "       " $\text{Li}^6$ "   "   "   "                                | 62           |
| 7.       "       "       "       " $\text{Be}^9$ "   "   "   "                                | 66           |
| 8.       "       "       "       " $\text{N}^{14}$ "   "   "   "                              | 70           |
| 9. Zum Fehler durch die nur unvollkommene Berücksichtigung der Drehimpulserhaltung            | 74           |



Anhang 1

Matrixelemente des Operators der potentiellen

$$\text{Energie } V = W + MP_M + BP_B + HP_H$$

|                       | $-V_0 \frac{v}{v+2} \left(\frac{v}{v_z+z_2}\right)^{1/2}$ |                  | $-V_0 \frac{v}{v+2} \left(\frac{v}{v_z+z_2}\right)^{1/2}$ |
|-----------------------|-----------------------------------------------------------|------------------|-----------------------------------------------------------|
| $(1^+2^+1^+2^+)^{1)}$ | $2(W-B)$                                                  | $(1^+1^01^+1^0)$ | $2(W+B)$                                                  |
| $(1^+3^+1^+3^+)$      | $0$                                                       | $(1^+2^01^+2^0)$ | $2 W$                                                     |
| $(1^+4^+1^+4^+)$      | $(W-B) \frac{v}{v_z+2v}$                                  | $(1^+3^01^+3^0)$ | $(W+B)$                                                   |
| $(1^+5^+1^+5^+)$      | $2(W-B) \frac{v}{v_z+2v}$                                 | $(1^+4^01^+4^0)$ | $W \frac{v}{v_z+2v} + 2(W+B) \frac{v}{v_z+2v}$            |
| $(1^+6^+1^+6^+)$      | $(W-B)$                                                   | $(1^+5^01^+5^0)$ | $2W \frac{v}{v_z+2v} + (W+B) \frac{v}{v_z+2v}$            |
| $(1^+7^+1^+7^+)$      | $2(W-B) \frac{v}{v+2v_z}$                                 | $(1^+6^01^+6^0)$ | $W$                                                       |
| $(1^+8^+1^+8^+)$      | $(W-B) \frac{v}{v+2v_z}$                                  | $(1^+7^01^+7^0)$ | $2W \frac{v}{v+2v_z} + (W+B) \frac{v}{v+2v_z}$            |
|                       |                                                           | $(1^+8^01^+8^0)$ | $W \frac{v}{v+2v_z} + 2(W+B) \frac{v}{v+2v_z}$            |
| $(2^+3^+2^+3^+)$      | $(W-B)$                                                   | $(2^+2^02^+2^0)$ | $2(W+B)$                                                  |
| $(2^+4^02^+4^0)$      | $2(W-B) \frac{v}{v_z+2v}$                                 | $(2^+3^02^+3^0)$ | $W$                                                       |
| $(2^+5^+2^+5^+)$      | $(W-B) \frac{v}{v_z+2v}$                                  | $(2^+4^02^+4^0)$ | $2W \frac{v}{v_z+2v} + (W+B) \frac{v}{v_z+2v}$            |
| $(2^+6^+2^+6^+)$      | $0$                                                       | $(2^+5^02^+5^0)$ | $W \frac{v}{v_z+2v} + 2(W+B) \frac{v}{v_z+2v}$            |
| $(2^+7^+2^+7^+)$      | $(W-B) \frac{v}{v+2v_z}$                                  | $(2^+6^02^+6^0)$ | $(W+B)$                                                   |
| $(2^+8^+2^+8^+)$      | $2(W-B) \frac{v}{v+2v_z}$                                 | $(2^+7^02^+7^0)$ | $W \frac{v}{v+2v_z} + 2(W+B) \frac{v}{v+2v_z}$            |
|                       |                                                           | $(2^+8^02^+8^0)$ | $2W \frac{v}{v+2v_z} + (W+B) \frac{v}{v+2v_z}$            |

$$1) (1^+2^+1^+2^+) = \langle \varphi_{01}^+ (1) \varphi_{0-1}^+ (2) | V | \varphi_{01}^+ (1) \varphi_{0-1}^+ (2) - \varphi_{0-1}^+ (1) \varphi_{01}^+ (2) \rangle$$

$$1^+ = t^+ \varphi_{01} \quad 3^0 = t^0 \varphi_{33} \quad 5^+ = t^+ \varphi_{3-1} \quad 7^0 = t^0 \varphi_{11}$$

$$2^+ = t^+ \varphi_{0-1} \quad 4^0 = t^0 \varphi_{31} \quad 6^+ = t^+ \varphi_{3-3} \quad 8^0 = t^0 \varphi_{1-1}$$



Matrixelemente des Operators der potentiellen  
Energie  $V = W + MP_M + BP_B + HP_H$  (Fortsetzung)

|                  | $-V_0 \frac{v}{v+2} \left( \frac{v}{v_z+2} \right)^{1/2}$ |                                                                                          |
|------------------|-----------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|
| $(3^+4^+3^+4^+)$ | $2(W-B) \frac{v}{v_z+2v}$                                 | $\frac{v^2+2v+2}{(v+2)^2}$                                                               |
| $(3^+5^+3^+5^+)$ | $2(W-B) \frac{v}{v_z+2v}$                                 | $\frac{(v+1)(v_z+1)+1}{(v+2)(v_z+2)}$                                                    |
| $(3^+6^+3^+6^+)$ | $(W-B) \frac{v^2+2v+4}{(v+2)^2}$                          |                                                                                          |
| $(3^+7^+3^+7^+)$ | $4(W-B) \frac{v}{v_z+2v_z}$                               | $\frac{v^2+2v+2}{(v+2)^2}$                                                               |
| $(3^+8^+3^+8^+)$ | $(W-B) \frac{v}{v+2v_z}$                                  | $\frac{(v+1)(v_z+1)+1}{(v+2)(v_z+2)}$                                                    |
| $(3^+3^03^+3^0)$ | $2(W+B) \frac{v^2+2v+2}{(v+2)^2}$                         |                                                                                          |
| $(3^+4^03^+4^0)$ | $2 W \frac{v}{v_z+2v}$                                    | $\frac{v^2+2v+2}{(v+2)^2} + 2(W+B) \frac{v}{v_z+2v} \frac{(v+1)(v_z+1)+1}{(v+2)(v_z+2)}$ |
| $(3^+5^03^+5^0)$ | $(W+B) \frac{v}{v_z+2v}$                                  | $\frac{v^2+2v+4}{(v+2)^2} + 2 W \frac{v}{v_z+2v} \frac{(v+1)(v_z+1)+1}{(v+2)(v_z+2)}$    |
| $(3^+6^03^+6^0)$ | $W \frac{v^2+2v+4}{(v+2)^2}$                              |                                                                                          |
| $(3^+7^03^+7^0)$ | $4 W \frac{v}{v_z+2v_z}$                                  | $\frac{v^2+2v+2}{(v+2)^2} + (W+B) \frac{v}{v+2v_z} \frac{(v+1)(v_z+1)+1}{(v+2)(v_z+2)}$  |
| $(3^+8^03^+8^0)$ | $2(W+B) \frac{v}{v_z+2v_z}$                               | $\frac{v^2+2v+4}{(v+2)^2} + W \frac{v}{v+2v_z} \frac{(v+1)(v_z+1)+1}{(v+2)(v_z+2)}$      |



Matrizelemente des Operators der potentiellen  
Energie  $V = W + MP_M + BP_B + HP_H$  (Fortsetzung)

|                   | $-V_0 \frac{v}{v+2} \left(\frac{v}{v_z+2}\right)^{1/2}$                                                                                                                                                                                            |
|-------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $(4^+5^+4^+5^+)$  | $(W-B) \frac{v^2}{(v_z+2v)^2} \frac{v^2+2v+4}{(v+2)^2} + 8(W-B) \frac{v^2}{(v_z+2v)^2} \frac{v^2+2v_z+3}{(v_z+2)^2}$ $+ 8(W-B) \frac{vv_z}{(v_z+2v)^2} \frac{1}{(v+2)(v_z+2)}$                                                                     |
| $(4^+6^+4^+6^+)$  | $2(W-B) \frac{v}{v_z+2v} \frac{(v+1)(v_z+1)+1}{(v+2)(v_z+2)}$                                                                                                                                                                                      |
| $(4^+7^+4^+7^+)$  | $9(W-B) \frac{vv_z}{(v_z+2v)(v+2v_z)} \frac{(v+1)(v_z+1)+1}{(v+2)(v_z+2)}$                                                                                                                                                                         |
| $(4^+8^+4^+8^+)$  | $2(W-B) \frac{v^2}{(v_z+2v)(v+2v_z)} \frac{v^2+2v+4}{(v+2)^2} + 4(W-B) \frac{v^2}{(v+2v_z)(v_z+2v)}$ $\frac{v^2+2v_z+3}{(v_z+2)^2} - 8(W-B) \frac{vv_z}{(v_z+2v)(v+2v_z)} \frac{1}{(v+2)(v_z+2)}$                                                  |
| $(4^+4^0 4^+4^0)$ | $2(W+B) \frac{v^2}{(v_z+2v)^2} \frac{v^2+2v+2}{(v+2)^2} + 4(W+B) \frac{vv_z}{(v_z+2v)^2} \frac{(v+1)(v_z+1)+1}{(v+2)(v_z+2)}$ $+ 8(W+B) \frac{v^2}{(v_z+2v)^2} \frac{v^2+2v_z+3}{(v_z+2)^2}$                                                       |
| $(4^+5^0 4^+5^0)$ | $W \frac{v^2}{(v_z+2v)^2} \frac{v^2+2v+4}{(v+2)^2} + 8W \frac{v^2}{(v_z+2v)^2} \frac{v^2+2v_z+3}{(v_z+2)^2}$ $+ 4W \frac{vv_z}{(v_z+2v)^2} \frac{(v+1)(v_z+1)+1}{(v+2)(v_z+2)} + 4B \frac{vv_z}{(v_z+2v)^2}$ $\frac{(v+1)(v_z+1)-1}{(v+2)(v_z+2)}$ |
| $(4^+6^0 4^+6^0)$ | $(W+B) \frac{v}{v_z+2v} \frac{v^2+2v+4}{(v+2)^2} + 2W \frac{v}{v_z+2v} \frac{(v+1)(v_z+1)+1}{(v+2)(v_z+2)}$                                                                                                                                        |



Matrizelemente des Operators der potentiellen  
Energie  $V = W + MP_M + BP_B + HP_H$  (Fortsetzung)

|                   |                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|-------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1)                | $-V_0 \frac{v}{v+2} \left( \frac{v}{v_z+2} \right)^{1/2}$                                                                                                                                                                                                            |
| $(4^+7^0 4^+7^0)$ | $4(W+B) \frac{v^2}{(v_z+2v)(v+2v_z)} \frac{v^2+2v+2}{(v+2)^2} + 4(W+B) \frac{v^2}{(v_z+2v)(v+2v_z)}$ $\frac{v_z+2v_z+3}{(v_z+2)^2} + (5W-4B) \frac{vv_z}{(v_z+2v)(v+2v_z)} \frac{(v+1)(v_z+1)+1}{(v+2)(v_z+2)}$                                                      |
| $(4^+8^0 4^+8^0)$ | $2W \frac{v^2}{(v_z+2v)(v+2v_z)} \frac{v^2+2v+4}{(v+2)^2} + 5(W+B) \frac{vv_z}{(v_z+2v)(v+2v_z)}$ $\frac{(v+1)(v_z+1)+1}{(v+2)(v_z+2)} + 4W \frac{v^2}{(v_z+2v)(v+2v_z)} \frac{v_z^2+2v_z+3}{(v_z+2)^2}$ $- 4B \frac{vv_z}{(v_z+2v)(v+2v_z)} \frac{1}{(v+2)(v_z+2)}$ |
| $(7^+8^+ 7^+8^+)$ | $8(W-B) \frac{v^2}{(v+2v_z)^2} \frac{v^2+2v+2}{(v+2)^2} + 8(W-B) \frac{vv_z}{(v+2v_z)^2} \frac{1}{(v+2)(v_z+2)}$ $+ 2(W-B) \frac{v^2}{(v+2v_z)^2} \frac{v_z^2+2v_z+3}{(v_z+2)^2}$                                                                                    |
| $(7^+7^0 7^+7^0)$ | $8(W+B) \frac{v^2}{(v+2v_z)^2} \frac{v^2+2v+2}{(v+2)^2} + 4(W+B) \frac{vv_z}{(v+2v_z)^2}$ $\frac{(v+1)(v_z+1)+1}{(v+2)(v_z+2)} + 2(W+B) \frac{v^2}{(v+2v_z)^2} \frac{v_z^2+2v_z+3}{(v_z+2)^2}$                                                                       |
| $(7^+8^0 7^+8^0)$ | $8W \frac{vv_z}{(v+2v_z)^2} \frac{v^2+2v+2}{(v+2)^2} + 4W \frac{vv_z}{(v+2v_z)^2} \frac{(v+1)(v_z+1)+1}{(v+2)(v_z+2)}$ $+ 4B \frac{vv_z}{(v+2v_z)^2} \frac{(v+1)(v_z+1)-1}{(v+2)(v_z+2)} + 2W \frac{v^2}{(v+2v_z)^2} \frac{v_z^2+2v_z+3}{(v_z+2)^2}$                 |

1)  $(5^+6^+5^+6^+) = (3^+4^+3^+4^+)$  etc. s. S. 21



Anhang 2

Matrixelemente des Spin-Bahn-Kopplungs-

Potentials  $V_{SB} = i\kappa V_0 e^{-\beta' \kappa_L L} (\vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2) [(\vec{\kappa}_1 - \vec{\kappa}_2) \times (\nabla_1 - \nabla_2)]$

$$\kappa V_0 \frac{v^{5/2}}{(v+2)^{5/2}}$$

$$\kappa V_0 \frac{v^{5/2}}{(v+2)^{5/2}}$$

|                  |                  |                  |                 |
|------------------|------------------|------------------|-----------------|
| $(1^+2^+1^+2^+)$ | 0                | $(1^+1^01^+1^0)$ | 0               |
| $(1^+3^+1^+3^+)$ | - 2              | $(1^+2^01^+2^0)$ | 0               |
| $(1^+4^+1^+4^+)$ | + $\frac{4}{3}$  | $(1^+3^01^+3^0)$ | - 2             |
| $(1^+5^+1^+5^+)$ | - $\frac{10}{3}$ | $(1^+4^01^+4^0)$ | + $\frac{8}{3}$ |
| $(1^+6^+1^+6^+)$ | 0                | $(1^+5^01^+5^0)$ | - 2             |
| $(1^+7^+1^+7^+)$ | - $\frac{4}{3}$  | $(1^+6^01^+6^0)$ | 0               |
| $(1^+8^+1^+8^+)$ | + $\frac{16}{3}$ | $(1^+7^01^+7^0)$ | - $\frac{8}{3}$ |
|                  |                  | $(1^+8^01^+8^0)$ | + 4             |



Anhang 3

Matrixelemente des Coulombpotentials

| $e^2 \sqrt{\frac{\lambda}{2r}}$ |                 | $e^2 \sqrt{\frac{\lambda}{2r}}$ |                 |
|---------------------------------|-----------------|---------------------------------|-----------------|
| ( 1 2 1 2 )                     | 2               | ( 2 3 2 3 )                     | $\frac{5}{3}$   |
| ( 1 3 1 3 )                     | $\frac{4}{3}$   | ( 2 4 2 4 )                     | $\frac{14}{9}$  |
| ( 1 4 1 4 )                     | $\frac{13}{9}$  | ( 2 5 2 5 )                     | $\frac{13}{9}$  |
| ( 1 5 1 5 )                     | $\frac{14}{9}$  | ( 2 6 2 6 )                     | $\frac{4}{3}$   |
| ( 1 6 1 6 )                     | $\frac{5}{3}$   | ( 2 7 2 7 )                     | $\frac{13}{9}$  |
| ( 1 7 1 7 )                     | $\frac{14}{9}$  | ( 2 8 2 8 )                     | $\frac{14}{9}$  |
| ( 1 8 1 8 )                     | $\frac{13}{9}$  |                                 |                 |
| ( 3 4 3 4 )                     | $\frac{7}{5}$   | ( 4 5 4 5 )                     | $\frac{23}{15}$ |
| ( 3 5 3 5 )                     | $\frac{7}{5}$   | ( 4 6 4 6 )                     | $\frac{7}{5}$   |
| ( 3 6 3 6 )                     | $\frac{23}{15}$ | ( 4 7 4 7 )                     | $\frac{43}{30}$ |
| ( 3 7 3 7 )                     | $\frac{22}{15}$ | ( 4 8 4 8 )                     | $\frac{7}{5}$   |
| ( 3 8 3 8 )                     | $\frac{41}{30}$ | ( 5 6 5 6 )                     | $\frac{7}{5}$   |
| ( 6 7 6 7 )                     | $\frac{41}{30}$ | ( 5 7 5 7 )                     | $\frac{7}{5}$   |
| ( 6 8 6 8 )                     | $\frac{22}{15}$ | ( 5 8 5 8 )                     | $\frac{43}{30}$ |
|                                 |                 | ( 7 8 7 8 )                     | $\frac{3}{2}$   |



Anhang 4

Matrixelemente des Quadrupolmomentoperators

|       |                                 |                                                                                                                                                            |
|-------|---------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $Q_0$ | $\langle 1^+   Q   1^+ \rangle$ | $\frac{1}{\lambda_t} - \frac{1}{\lambda}$                                                                                                                  |
|       | $\langle 2^+   Q   2^+ \rangle$ | $\frac{1}{\lambda_t} - \frac{1}{\lambda}$                                                                                                                  |
| $Q_1$ | $\langle 3^+   Q   3^+ \rangle$ | $\frac{1}{\lambda_t} - \frac{2}{\lambda}$                                                                                                                  |
| $Q_2$ | $\langle 4^+   Q   4^+ \rangle$ | $\frac{1}{\lambda_t + 2\lambda} \left[ -1 - \frac{2\lambda_t}{\lambda} + \frac{6\lambda}{\lambda_t} \right]$                                               |
| $Q_2$ | $\langle 5^+   Q   5^+ \rangle$ | $\langle 4^+   Q   4^+ \rangle$                                                                                                                            |
| $Q_1$ | $\langle 6^+   Q   6^+ \rangle$ | $\langle 3^+   Q   3^+ \rangle$                                                                                                                            |
| $Q_3$ | $\langle 7^+   Q   7^+ \rangle$ | $\frac{1}{\lambda + 2\lambda_t} \left[ 1 - 4 \frac{\lambda_t}{\lambda} + 3 \frac{\lambda}{\lambda_t} \right]$                                              |
| $Q_3$ | $\langle 8^+   Q   8^+ \rangle$ | $\langle 7^+   Q   7^+ \rangle$                                                                                                                            |
| $Q_4$ | $\langle 4^+   Q   7^+ \rangle$ | $\sqrt{\frac{2}{\lambda + 2\lambda_t}} \sqrt{\frac{1}{\lambda_t + 2\lambda}} \left[ 2 - 2 \frac{\lambda_t}{\lambda} - 3 \frac{\lambda}{\lambda_t} \right]$ |



Anhang 5

Eigenwerte und Eigenvektoren für  $\text{Li}^7$  bei  $V_{\text{SB}}^1$

$$D = 1,00$$

$$\begin{aligned} E_0 &= - 36,962 \text{ MeV} \\ C_0 &= (+ 1,0000, + 0,0085, + 0,0540, + 0,0190, - 0,3368) \\ E_1 &= - 35,242 \text{ MeV} \\ C_1 &= (+ 1,0000, - 0,8102, - 2,7929, - 1,6283, + 2,4083) \\ E_2 &= - 28,528 \text{ MeV} \\ C_2 &= (+ 1,0000, - 80,6435, - 17,7435, - 17,7458, + 2,3086) \\ E_3 &= - 26,336 \text{ MeV} \\ C_3 &= (+ 1,0000, - 3,0199, + 5,6038, - 2,0588, + 3,6753) \\ E_4 &= - 23,913 \text{ MeV} \\ C_4 &= (+ 1,0000, + 2,9902, + 0,4551, + 3,2254, + 3,2994) \end{aligned}$$

$$D = 1,03$$

$$\begin{aligned} E_0 &= - 36,740 \text{ MeV} \\ C_0 &= (+ 1,0000, + 0,0099, + 0,0602, + 0,0218, - 0,3412) \\ E_1 &= - 35,178 \text{ MeV} \\ C_1 &= (+ 1,0000, - 0,7942, - 2,7851, - 1,5857, + 2,3144) \\ E_2 &= - 28,452 \text{ MeV} \\ C_2 &= (+ 1,0000, - 103,0395, - 23,0117, + 95,5477, + 1,9797) \\ E_3 &= - 26,307 \text{ MeV} \\ C_3 &= (+ 1,0000, - 3,1302, + 5,5223, - 2,1324, + 3,6782) \\ E_4 &= - 23,778 \text{ MeV} \\ C_4 &= (+ 1,0000, + 2,8932, + 0,4799, + 3,1568, + 3,3013) \end{aligned}$$

Die Eigenvektoren sind hier und im folgenden so normiert, daß die erste Komponente 1,0000 ist.



Eigenwerte und Eigenvektoren für  $\text{Li}^7$  bei  $V_{\text{SB}}^1$  (Fortsetzung)

$$D = 1,06$$

$$E_0 = - 36,490 \text{ MeV}$$

$$C_0 = (+ 1,0000, + 0,0115, + 0,0671, + 0,0249, - 0,3459)$$

$$E_1 = - 35,081 \text{ MeV}$$

$$C_1 = (+ 1,0000, - 0,7753, - 2,7639, - 1,5446, + 2,2174)$$

$$E_2 = - 28,354 \text{ MeV}$$

$$C_2 = (+ 1,0000, - 130,0075, - 29,7114, + 121,2910, + 1,5430)$$

$$E_3 = - 26,236 \text{ MeV}$$

$$C_3 = (+ 1,0000, - 3,2652, + 5,4715, - 2,2147, + 3,6847)$$

$$E_4 = - 23,616 \text{ MeV}$$

$$C_4 = (+ 1,0000, + 2,8001, + 0,5086, + 3,0756, + 3,3046)$$

$$D = 0,95$$

$$E_0 = - 37,178 \text{ MeV}$$

$$C_0 = (+ 1,0000, + 0,0078, + 0,0498, + 0,0174, - 0,3356)$$

$$E_1 = - 35,260 \text{ MeV}$$

$$C_1 = (+ 1,0000, - 0,8212, - 2,7263, - 1,6301, + 2,4713)$$

$$E_2 = - 28,576 \text{ MeV}$$

$$C_2 = (+ 1,0000, - 68,3776, - 13,3275, + 61,2968, + 2,6029)$$

$$E_3 = - 26,306 \text{ MeV}$$

$$C_3 = (+ 1,0000, - 2,7824, + 5,7347, - 2,0286, + 3,6590)$$

$$E_4 = - 24,033 \text{ MeV}$$

$$C_4 = (+ 1,0000, + 3,0730, + 0,4101, + 3,3612, + 3,2862)$$



Eigenwerte und Eigenvektoren für  $\text{Li}^7$  bei  $V_{\text{SB}}^2$

$$D = 1,00$$

$$E_0 = - 42,778 \text{ MeV}$$

$$C_0 = (+ 1,0000, - 0,0278, - 0,1407, - 0,0358, - 0,1000)$$

$$E_1 = - 33,218 \text{ MeV}$$

$$C_1 = (+ 1,0000, + 1,8808, + 11,3027, + 4,1316, - 7,9049)$$

$$E_2 = - 27,002 \text{ MeV}$$

$$C_2 = (+ 1,0000, - 63,0258, + 10,9196, + 12,9091, + 7,4909)$$

$$E_3 = - 22,866 \text{ MeV}$$

$$C_3 = (+ 1,0000, + 0,6780, + 4,3706, - 3,2669, + 4,8295)$$

$$E_4 = - 17,618 \text{ MeV}$$

$$C_4 = (+ 1,0000, + 2,6550, + 0,0516, + 9,4827, + 5,7881)$$

$$D = 1,03$$

$$E_0 = - 42,561 \text{ MeV}$$

$$C_0 = (+ 1,0000, - 0,0282, - 0,1445, - 0,0366, - 0,0990)$$

$$E_1 = - 33,194 \text{ MeV}$$

$$C_1 = (+ 1,0000, + 1,7048, + 10,5508, + 3,7819, - 7,1854)$$

$$E_2 = - 26,941 \text{ MeV}$$

$$C_2 = (+ 1,0000, - 63,3534, + 10,7880, + 12,7637, + 7,6666)$$

$$E_3 = - 22,774 \text{ MeV}$$

$$C_3 = (+ 1,0000, + 0,6625, + 4,3108, - 3,3533, + 4,8613)$$

$$E_4 = - 17,488 \text{ MeV}$$

$$C_4 = (+ 1,0000, + 2,6081, + 0,0865, + 9,3169, + 5,7888)$$



Eigenwerte und Eigenvektoren für  $\text{Li}^7$  bei  $V_{\text{SB}}^2$  (Fortsetzung)

$$D = 1,06$$

$$E_0 = - 42,316 \text{ MeV}$$

$$C_0 = (+ 1,0000, - 0,0286, - 0,1482, - 0,0374, - 0,0979)$$

$$E_1 = - 33,129 \text{ MeV}$$

$$C_1 = (+ 1,0000, + 1,5593, + 9,9222, + 3,5009, - 6,5961)$$

$$E_2 = - 26,843 \text{ MeV}$$

$$C_2 = (+ 1,0000, - 64,1683, + 10,7058, + 12,7758, + 7,8677)$$

$$E_3 = - 22,646 \text{ MeV}$$

$$C_3 = (+ 1,0000, + 0,6398, + 4,2662, - 3,4506, + 4,8888)$$

$$E_4 = - 17,341 \text{ MeV}$$

$$C_4 = (+ 1,0000, + 2,5632, + 0,1261, + 9,1242, + 5,7900)$$

$$D = 0,95$$

$$E_0 = - 42,974 \text{ MeV}$$

$$C_0 = (+ 1,0000, - 0,0280, - 0,1380, - 0,0360, - 0,0956)$$

$$E_1 = - 32,889 \text{ MeV}$$

$$C_1 = (+ 1,0000, + 1,8278, + 10,8563, + 3,9682, - 7,2453)$$

$$E_2 = - 27,074 \text{ MeV}$$

$$C_2 = (+ 1,0000, - 86,0206, + 13,8513, + 17,7910, + 8,9358)$$

$$E_3 = - 22,490 \text{ MeV}$$

$$C_3 = (+ 1,0000, + 0,4892, + 4,6254, - 3,8464, + 5,0854)$$

$$E_4 = - 17,420 \text{ MeV}$$

$$C_4 = (+ 1,0000, + 2,5100, + 0,2648, + 8,8517, + 6,0161)$$



Anhang 6

Eigenwerte und Eigenvektoren für  $\text{Li}^6$  bei  $V_{\text{SB}}^1$

$$D = 1,00$$

$$E_0 = - 35,718 \text{ MeV}$$

$$C_0 = (+ 1,0000, - 0,9840, + 0,4355)$$

$$E_1 = - 27,864 \text{ MeV}$$

$$C_1 = (+ 1,0000, + 2,6168, + 3,6160)$$

$$E_2 = - 23,864 \text{ MeV}$$

$$C_2 = (+ 1,0000, + 0,6769, - 0,7664)$$

$$D = 1,03$$

$$E_0 = - 35,676 \text{ MeV}$$

$$C_0 = (+ 1,0000, - 0,9702, + 0,4348)$$

$$E_1 = - 27,803 \text{ MeV}$$

$$C_1 = (+ 1,0000, + 2,6917, + 3,7062)$$

$$E_2 = - 23,840 \text{ MeV}$$

$$C_2 = (+ 1,0000, + 0,6863, - 0,7683)$$

$$D = 1,06$$

$$E_0 = - 35,633 \text{ MeV}$$

$$C_0 = (+ 1,0000, - 0,9531, + 0,4320)$$

$$E_1 = - 27,714 \text{ MeV}$$

$$C_1 = (+ 1,0000, + 2,7531, + 3,7592)$$

$$E_2 = - 23,811 \text{ MeV}$$

$$C_2 = (+ 1,0000, + 0,6971, - 0,7765)$$



Eigenwerte und Eigenvektoren für  $\text{Li}^6$  bei  $v_{\text{SB}}^1$  (Fortsetzung)

$$D = 1,10$$

$$E_0 = - 35,514 \text{ MeV}$$

$$C_0 = (+ 1,0000, - 0,9320, + 0,4306)$$

$$E_1 = - 27,557 \text{ MeV}$$

$$C_1 = (+ 1,0000, + 2,8844, + 3,9207)$$

$$E_2 = - 23,714 \text{ MeV}$$

$$C_2 = (+ 1,0000, + 0,7128, - 0,7794)$$



Eigenwerte und Eigenvektoren für  $\text{Li}^6$  bei  $v_{\text{SB}}^2$

$$D = 1,00$$

$$E_0 = - 36,321 \text{ MeV}$$

$$C_0 = (+ 1,0000, - 0,7645, + 0,1905)$$

$$E_1 = - 24,803 \text{ MeV}$$

$$C_1 = (+ 1,0000, + 1,4065, + 0,3952)$$

$$E_2 = - 20,104 \text{ MeV}$$

$$C_2 = (+ 1,0000, + 0,3591, - 3,8079)$$

$$D = 1,03$$

$$E_0 = - 36,326 \text{ MeV}$$

$$C_0 = (+ 1,0000, - 0,7521, + 0,1895)$$

$$E_1 = - 24,752 \text{ MeV}$$

$$C_1 = (+ 1,0000, + 1,4286, + 0,3931)$$

$$E_2 = - 20,071 \text{ MeV}$$

$$C_2 = (+ 1,0000, + 0,3595, - 3,8503)$$

$$D = 1,06$$

$$E_0 = - 36,308 \text{ MeV}$$

$$C_0 = (+ 1,0000, - 0,7404, + 0,1884)$$

$$E_1 = - 24,676 \text{ MeV}$$

$$C_1 = (+ 1,0000, + 1,4498, + 0,3900)$$

$$E_2 = - 20,004 \text{ MeV}$$

$$C_2 = (+ 1,0000, + 0,3589, - 3,8984)$$



Eigenwerte und Eigenvektoren für  $\text{Li}^6$  bei  $V_{\text{SB}}^2$  (Fortsetzung)

$$D = 1,10$$

$$E_0 = - 36,216 \text{ MeV}$$

$$C_0 = (+ 1,0000, - 0,7263, + 0,1874)$$

$$E_1 = - 24,511 \text{ MeV}$$

$$C_1 = (+ 1,0000, + 1,4775, + 0,3899)$$

$$E_2 = - 19,889 \text{ MeV}$$

$$C_2 = (+ 1,0000, + 0,3615, - 3,9339)$$



Anhang 7

Eigenwerte und Eigenvektoren für  $\text{Be}^9$  bei  $V_{\text{SB}}^1$

$$D = 1,00$$

$$E_0 = - 54,379 \text{ MeV}$$

$$C_0 = (+ 1,0000, + 0,0068, - 0,2233, - 0,5435)$$

$$E_1 = - 49,430 \text{ MeV}$$

$$C_1 = (+ 1,0000, - 4,3861, + 9,8430, - 2,2588)$$

$$E_2 = - 47,037 \text{ MeV}$$

$$C_2 = (+ 1,0000, - 16,5150, - 6,4754, + 4,2942)$$

$$E_3 = - 45,739 \text{ MeV}$$

$$C_3 = (+ 1,0000, + 0,3270, + 0,4270, + 1,6687)$$

$$D = 1,03$$

$$E_0 = - 54,544 \text{ MeV}$$

$$C_0 = (+ 1,0000, + 0,0049, - 0,2096, - 0,5478)$$

$$E_1 = - 49,304 \text{ MeV}$$

$$C_1 = (+ 1,0000, - 5,7038, + 12,1892, - 2,8894)$$

$$E_2 = - 47,013 \text{ MeV}$$

$$C_2 = (+ 1,0000, - 10,4168, - 4,1678, + 3,3270)$$

$$E_3 = - 45,915 \text{ MeV}$$

$$C_3 = (+ 1,0000, + 0,4182, + 0,5018, + 1,6373)$$



Eigenwerte und Eigenvektoren für  $\text{Be}^9$  bei  $V_{\text{SB}}^1$  (Fortsetzung)

$$D = 1,06$$

$$\begin{aligned} E_0 &= - 54,628 \text{ MeV} \\ C_0 &= (+ 1,0000, + 0,0033, - 0,1972, - 0,5543) \\ E_1 &= - 49,103 \text{ MeV} \\ C_1 &= (+ 1,0000, - 8,2828, + 16,4469, - 4,0967) \\ E_2 &= - 46,954 \text{ MeV} \\ C_2 &= (+ 1,0000, - 6,7962, - 2,7962, + 2,7586) \\ E_3 &= - 46,011 \text{ MeV} \\ C_3 &= (+ 1,0000, + 0,5424, + 0,6086, + 1,5908) \end{aligned}$$

$$D = 1,10$$

$$\begin{aligned} E_0 &= - 54,681 \text{ MeV} \\ C_0 &= (+ 1,0000, + 0,0015, - 0,1831, - 0,5619) \\ E_1 &= - 48,788 \text{ MeV} \\ C_1 &= (+ 1,0000, - 17,6370, + 31,7804, - 8,6223) \\ E_2 &= - 46,834 \text{ MeV} \\ C_2 &= (+ 1,0000, - 3,9819, - 1,6183, + 2,2962) \\ E_3 &= - 46,039 \text{ MeV} \\ C_3 &= (+ 1,0000, + 0,7919, + 0,8190, + 1,5150) \end{aligned}$$



Eigenwerte und Eigenvektoren für  $\text{Be}^9$  bei  $V_{\text{SB}}^2$

$$D = 1,00$$

$$E_0 = - 60,672 \text{ MeV}$$

$$C_0 = (+ 1,0000, - 0,1521, + 0,5879, - 0,3190)$$

$$E_1 = - 57,292 \text{ MeV}$$

$$C_1 = (+ 1,0000, + 0,0672, - 1,9142, - 0,4248)$$

$$E_2 = - 48,244 \text{ MeV}$$

$$C_2 = (+ 1,0000, + 22,8519, + 2,1616, - 3,7744)$$

$$E_3 = - 45,541 \text{ MeV}$$

$$C_3 = (+ 1,0000, + 0,4237, - 0,0806, + 2,7840)$$

$$D = 1,03$$

$$E_0 = - 60,765 \text{ MeV}$$

$$C_0 = (+ 1,0000, - 0,1463, + 0,5336, - 0,3220)$$

$$E_1 = - 57,202 \text{ MeV}$$

$$C_1 = (+ 1,0000, + 0,0899, - 2,1136, - 0,4380)$$

$$E_2 = - 48,228 \text{ MeV}$$

$$C_2 = (+ 1,0000, + 26,6856, + 2,5890, - 4,7324)$$

$$E_3 = - 45,746 \text{ MeV}$$

$$C_3 = (+ 1,0000, + 0,4605, - 0,0800, + 2,7640)$$



Eigenwerte und Eigenvektoren für  $\text{Be}^9$  bei  $V_{\text{SB}}^2$  (Fortsetzung)

$$D = 1,06$$

$$E_0 = - 60,783 \text{ MeV}$$

$$C_0 = (+ 1,0000, - 0,1417, + 0,4863, - 0,3254)$$

$$E_1 = - 57,012 \text{ MeV}$$

$$C_1 = (+ 1,0000, + 0,1154, - 2,3264, - 0,4540)$$

$$E_2 = - 48,176 \text{ MeV}$$

$$C_2 = (+ 1,0000, + 32,3158, + 3,2356, - 6,1650)$$

$$E_3 = - 45,891 \text{ MeV}$$

$$C_3 = (+ 1,0000, + 0,4991, - 0,0795, + 2,7369)$$

$$D = 1,10$$

$$E_0 = - 60,761 \text{ MeV}$$

$$C_0 = (+ 1,0000, - 0,1363, + 0,4341, - 0,3294)$$

$$E_1 = - 56,692 \text{ MeV}$$

$$C_1 = (+ 1,0000, + 0,1516, - 2,6181, - 0,4770)$$

$$E_2 = - 48,045 \text{ MeV}$$

$$C_2 = (+ 1,0000, + 47,2533, + 4,9406, - 10,0080)$$

$$E_3 = - 46,009 \text{ MeV}$$

$$C_3 = (+ 1,0000, + 0,5592, - 0,0779, + 2,7019)$$



Eigenwerte und Eigenvektoren für  $N^{14}$  bei  $V_{SB}^1$

$$D = 1,00$$

$$E_0 = - 131,73 \text{ MeV}$$

$$C_0 = (+ 1,0000, - 1,2650, + 0,8547)$$

$$E_1 = - 126,87 \text{ MeV}$$

$$C_1 = (+ 1,0000, - 22,2710, - 34,1307)$$

$$E_2 = - 119,09 \text{ MeV}$$

$$C_2 = (+ 1,0000, + 0,5624, - 0,3377)$$

$$D = 1,03$$

$$E_0 = - 131,78 \text{ MeV}$$

$$C_0 = (+ 1,0000, - 1,3088, + 0,8664)$$

$$E_1 = - 126,98 \text{ MeV}$$

$$C_1 = (+ 1,0000, - 31,8471, - 49,2594)$$

$$E_2 = - 118,99 \text{ MeV}$$

$$C_2 = (+ 1,0000, + 0,5445, - 0,3317)$$

$$D = 1,06$$

$$E_0 = - 131,63 \text{ MeV}$$

$$C_0 = (+ 1,0000, - 1,3530, + 0,8856)$$

$$E_1 = - 126,91 \text{ MeV}$$

$$C_1 = (+ 1,0000, - 42,0864, - 65,4275)$$

$$E_2 = - 118,68 \text{ MeV}$$

$$C_2 = (+ 1,0000, + 0,5271, - 0,3238)$$



Eigenwerte und Eigenvektoren für  $N^{14}$  bei  $V_{SB}^1$  (Fortsetzung)

$$D = 0,95$$

$$E_0 = - 131,40 \text{ MeV}$$

$$C_0 = (+ 1,0000, - 1,1590, + 0,8243)$$

$$E_1 = - 126,39 \text{ MeV}$$

$$C_1 = (+ 1,0000, - 16,4349, - 25,0395)$$

$$E_2 = - 119,00 \text{ MeV}$$

$$C_2 = (+ 1,0000, + 0,5950, - 0,3506)$$



Eigenwerte und Eigenvektoren für  $N^{14}$  bei  $V_{SB}^2$

$$D = 1,00$$

$$\begin{aligned} E_0 &= - 142,410 \text{ MeV} \\ C_0 &= (+ 1,0000, - 0,9082, + 9,5927) \\ E_1 &= - 131,262 \text{ MeV} \\ C_1 &= (+ 1,0000, - 3,4156, - 0,4276) \\ E_2 &= - 111,541 \text{ MeV} \\ C_2 &= (+ 1,0000, + 0,3022, - 0,0756) \end{aligned}$$

$$D = 1,03$$

$$\begin{aligned} E_0 &= - 142,494 \text{ MeV} \\ C_0 &= (+ 1,0000, - 0,9202, + 9,6790) \\ E_1 &= - 131,422 \text{ MeV} \\ C_1 &= (+ 1,0000, - 3,4831, - 0,4344) \\ E_2 &= - 111,378 \text{ MeV} \\ C_2 &= (+ 1,0000, + 0,2965, - 0,0751) \end{aligned}$$

$$D = 1,06$$

$$\begin{aligned} E_0 &= - 142,410 \text{ MeV} \\ C_0 &= (+ 1,0000, - 0,9304, + 9,7926) \\ E_1 &= - 131,370 \text{ MeV} \\ C_1 &= (+ 1,0000, - 3,5528, - 0,4397) \\ E_2 &= - 110,986 \text{ MeV} \\ C_2 &= (+ 1,0000, + 0,2907, - 0,0745) \end{aligned}$$



Eigenwerte und Eigenvektoren für  $N^{14}$  bei  $V_{SB}^2$  (Fortsetzung)

$$D = 0,95$$

$$E_0 = - 141,980 \text{ MeV}$$

$$C_0 = (+ 1,0000, - 0,8906, + 9,4121)$$

$$E_1 = - 130,764 \text{ MeV}$$

$$C_1 = (+ 1,0000, - 3,2999, - 0,4185)$$

$$E_2 = - 111,600 \text{ MeV}$$

$$C_2 = (+ 1,0000, + 0,3128, - 0,0766)$$



# Anhang 9

Zum Fehler durch die nur unvollkommene Berücksichtigung der Drehimpulserhaltung.

Die Gleichung (3.11) ist streng gültig für  $D = 1$ , d. h.

$$(1) \quad \Psi_{J_z} = \sum_{n=1}^f c_n' \phi_{n,J_z}'$$

ist bei kugelsymmetrischem Potential eine Eigenfunktion des Gesamtdrehimpulses. Bei der Abweichung des Potentials von der sphärischen Symmetrie sind angeregte Zustände mit zu berücksichtigen, die, bei der hier benutzten Näherung im kugelsymmetrischen Fall, für  $D = 1$  wieder verschwinden müssen.

Für  $\Psi$  wird daher folgender Ansatz gemacht:

$$(2) \quad \Psi = \sum_{n=1}^f c_n' \phi_{n,J_z}' + \alpha \sum_{n=f+1}^{\infty} c_n' \phi_n'$$

wo  $\alpha = 1 - \lambda_z$  ist, und  $C-f$  die Zahl der möglichen Anregungskonfigurationen angibt.

Hiermit wird nach (3.13)

$$(3) \quad \bar{J}^2 \Psi = \sum_{n=1}^f c_n' \sum_{L=1}^{\infty} \bar{J}^2(L) \phi_{n,J_z}' + \alpha \sum_{n=f+1}^{\infty} c_n' \sum_{L=1}^{\infty} \bar{J}^2(L) \phi_n'$$

Nach (3.14) ist

$$(4) \quad \sum_{L=1}^{\infty} \bar{J}^2(L) \phi_n' = \{ \bar{J}^2(1) \psi_1(1), \psi_2(1) \dots \psi_n(1) \} + \dots + \{ \bar{J}^2(1), \bar{J}^2(2) \dots \bar{J}^2(n) \} \psi_n'$$

Die Anwendung von  $\bar{J}^2$  auf die Einteilchenfunktionen  $\psi$  ergibt:

$$(5) \quad \bar{J}^2 \psi_k = \bar{J}^2 \psi_k + \alpha \bar{J}^2 \psi_k$$

wo die  $\psi_k$  durch die Funktionen  $\psi$  der p- und f-Schale darstellbar sind



$$(6) \quad f_k = \sum_{i=1}^a \delta_i \varphi_i$$

Damit wird

$$(7) \quad \bar{J}^+(1) \phi'_{n, \gamma_e} = \hbar \phi'_{e, \gamma_e+1} + \alpha \hbar \sum_{i=1}^a \delta_i \phi'_i$$

wo die  $\phi_i$  Determinanten sind, in denen an Stelle von  $\varphi_k$  eine der  $a$  Funktionen  $\varphi_i$  sitzt, die  $f_k$  darstellen.

$$(8) \quad \sum_{i=1}^B \bar{J}^+(1) \phi'_{n, \gamma_i} = \hbar \sum_{e=1}^B \beta_n^e \phi'_{e, \gamma_e+1} + \alpha \hbar \sum_{e=1}^D \varepsilon_n^e \phi'_e \\ = \hbar \sum_{e=1}^D (\beta_n^e + \alpha \varepsilon_n^e) \phi'_e$$

Dabei sind die  $\beta_n^e$  für  $1 \leq B$  Null, während die  $\varepsilon_n^e$  wegen (5) für einige  $1 \leq B$  von Null verschieden sein werden. Ebenso ist für die  $\phi'_n$  des zweiten Summanden in

$$(9) \quad \sum_{i=1}^B \bar{J}^+(1) \phi'_n = \hbar \sum_{e=1}^B (\beta_n^{ie} + \alpha \varepsilon_n^{ie}) \phi'_e$$

wobei die  $\beta_n^{ie}$  für  $1 \leq f+1$  Null sind.

Mit (3) wird

$$(10) \quad \bar{J}^+ \Psi = \sum_{e=1}^B \hbar \left[ \sum_{n=1}^f c'_n \beta_n^e + \alpha \left\{ \sum_{n=1}^f c'_n (\beta_n^{ie} + \varepsilon_n^e) + \sum_{n=f+1}^e c'_n / \beta_n^e \right\} \right. \\ \left. + \alpha^2 \left\{ \sum_{n=f+1}^e c'_n (\beta_n^{ie} + \varepsilon_n^e) + \sum_{n=1}^f c'_n \varepsilon_n^{ie} \right\} + \alpha^3 \sum_{n=f+1}^e c'_n \varepsilon_n^{ie} \right] \phi'_e$$

Durch Nullsetzen der eckigen Klammer für die verschiedenen  $1$ , werden Relationen zwischen den  $c'_n$  erhalten. Dadurch treten in den Funktionen

$$(11) \quad \phi_k = \sum_{i=1}^b g_k^i \phi'_i$$

(s.S.25) Koeffizienten  $g_k^i$  auf, von denen einige Funktionen von  $\alpha$  sein werden. Ersichtlich gehen die Konfigurationen  $\phi'_i$  mit  $n \geq f+1$  mindestens mit einem Koeffizienten  $\sim \alpha$  ein. Der Fehler, der bei der Vernachlässigung der  $\alpha$ -Glieder in (10) gemacht wird, was einer Anwendung des Drehoperators  $\bar{J}^+$  auf  $\Psi$  bei Kugelsymmetrie entspricht, wird folgendermaßen abgeschätzt:



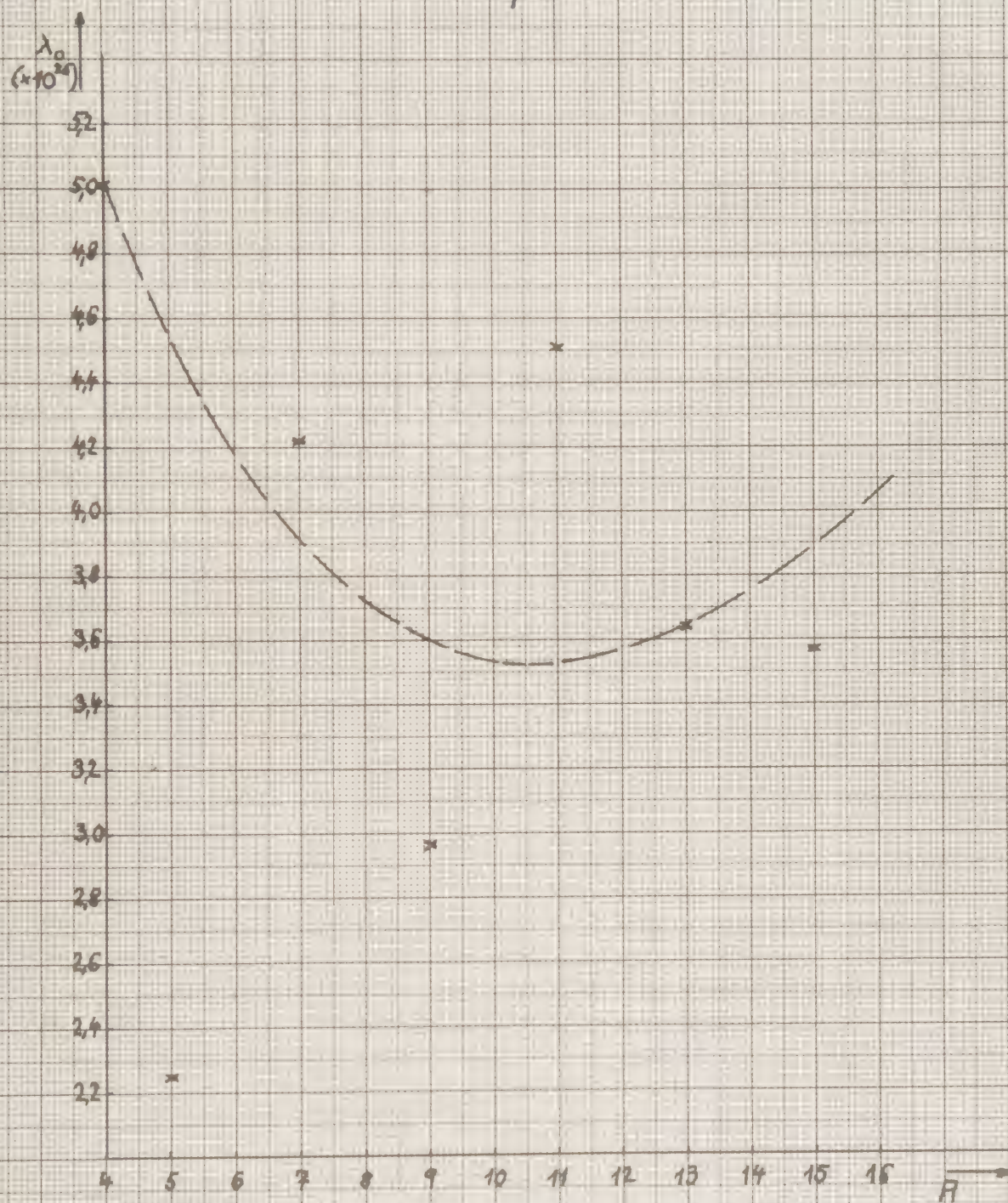
Bei der Bildung des Erwartungswertes der Energie wird

$$\begin{aligned}
 \langle \phi_k | H | \phi_k \rangle &= (y_k^i)^2 \langle \phi_i' | H | \phi_i' \rangle + \alpha (y_k^i y_k'^e) \langle \phi_i' | H | \phi_e' \rangle \\
 (12) \quad &+ \alpha^2 (y_k'^e)^2 \langle \phi_e' | H | \phi_e' \rangle + \dots
 \end{aligned}$$

Im ungünstigsten Fall ( $N^{14}$ ) sind die Diagonalelemente von der Größenordnung 100 MeV, die Übergangselemente 0,5 MeV. Die Änderung der Diagonalelemente mit  $D$  von dem Wert  $D = 1$  bis  $D = D_m$  ist  $\approx 0,5$  MeV. Dabei ändert sich  $\alpha$  von dem Wert 0 auf  $10^{-2}$ . Der Einfluß des in  $\alpha$  linearen Gliedes ist somit  $\approx 1$  % und der des quadratischen  $\approx 2$  %, bei gleichgroßen  $y_k^i$  und  $y_k'^e$ . Beschränkt man die Funktionen  $\psi$  der Anregungskonfigurationen auf die p- und f-Schale, was das Verhältnis  $y_k'^e/y_k^i$  festlegt, so bleibt, da  $b \leq 8$  ist und einige der  $y$  keine Funktionen von  $\alpha$  sein werden, der Fehler  $< 30$  %. Das bedeutet für die Minimumsdeformation  $D_m = 1,03 \pm 0,009$ . Der Einfluß auf das Minimum ist also von der Größe der durch die unterschiedlichen Spin-Bahn-Kopplung bewirkten Änderung.

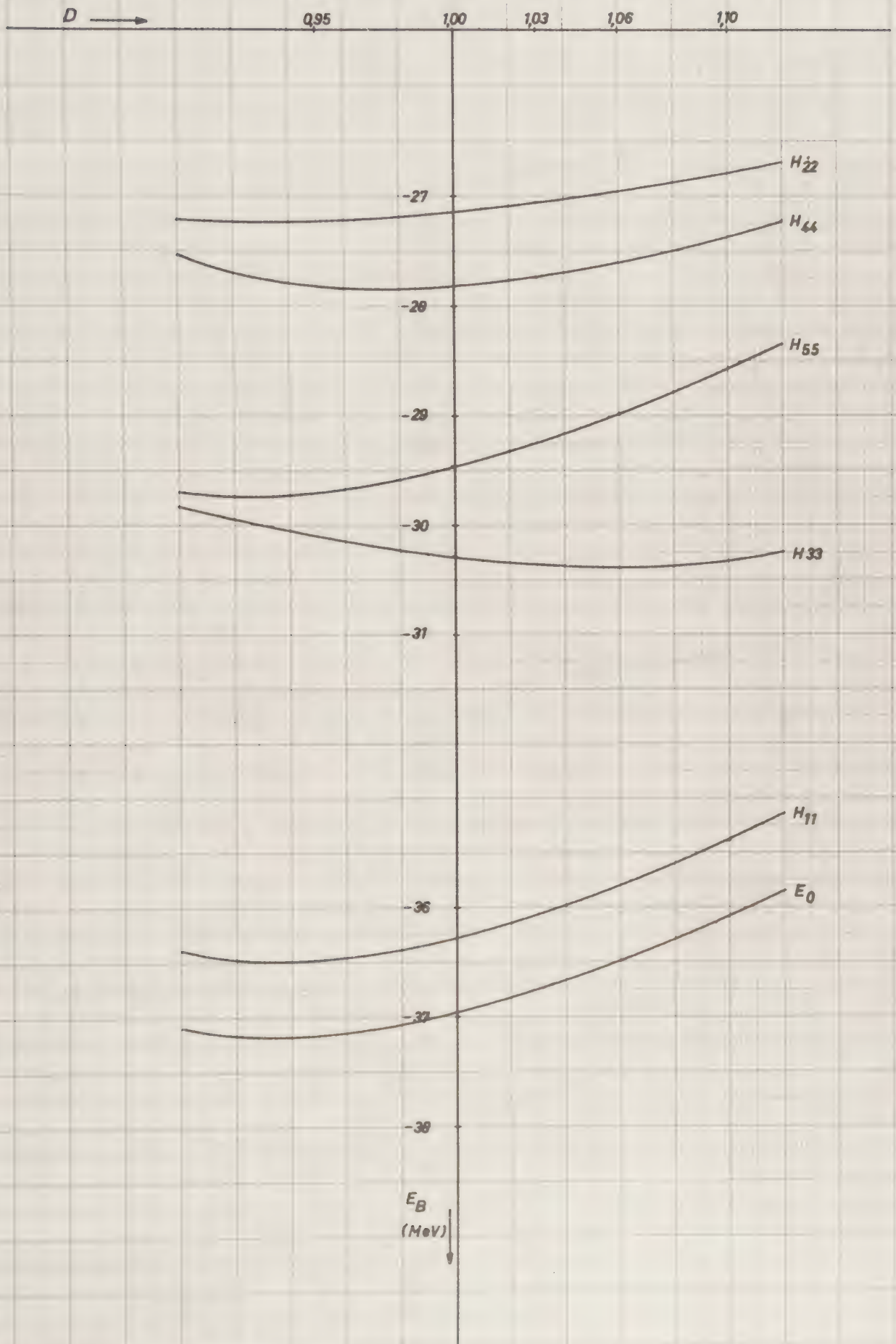


Taf. I





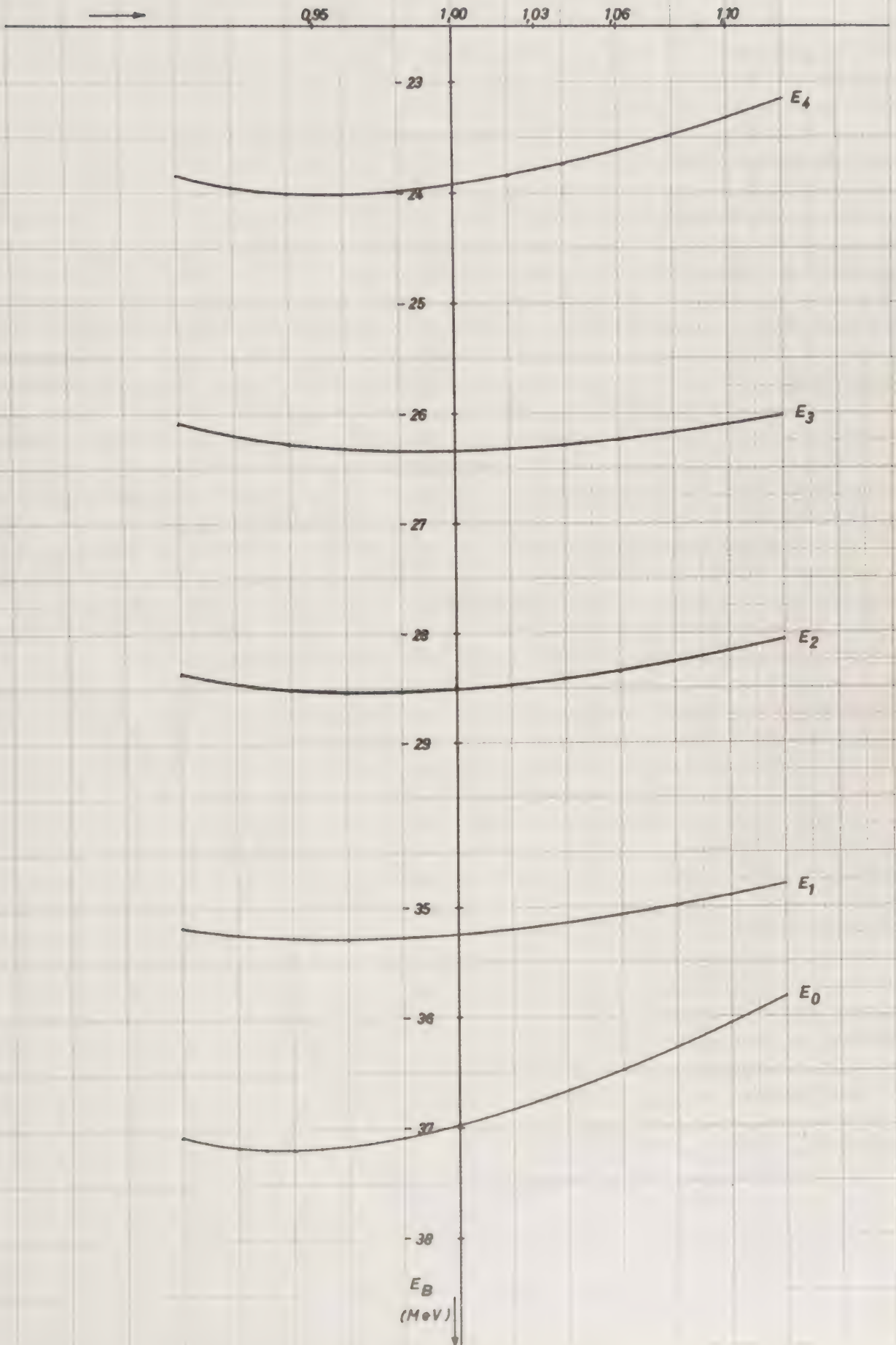
Taf. II  
 $\text{Li}^7$  Diagonalelemente





Taf. III

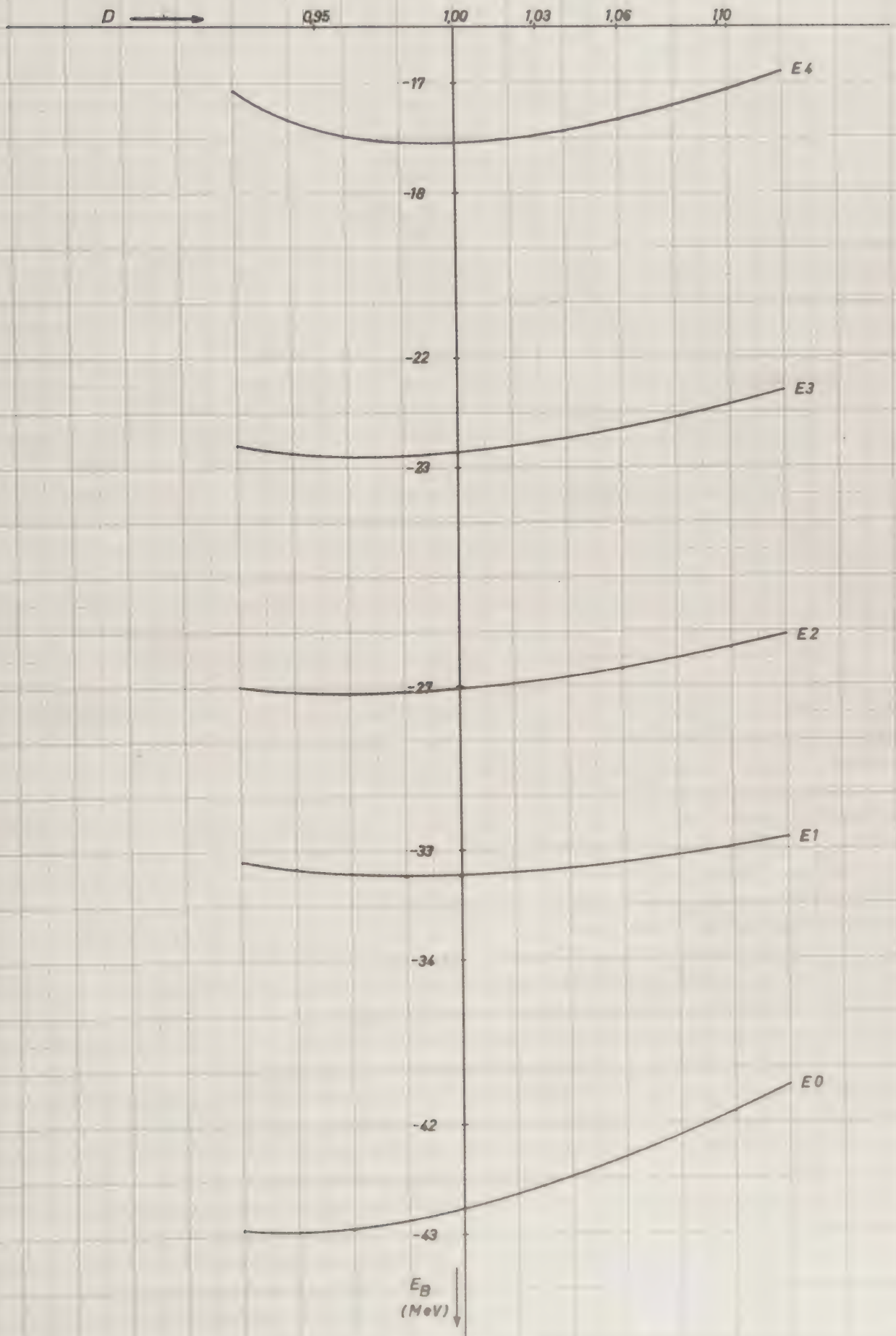
$\text{Li}^7$  Eigenwerte  $V'_{SB}$





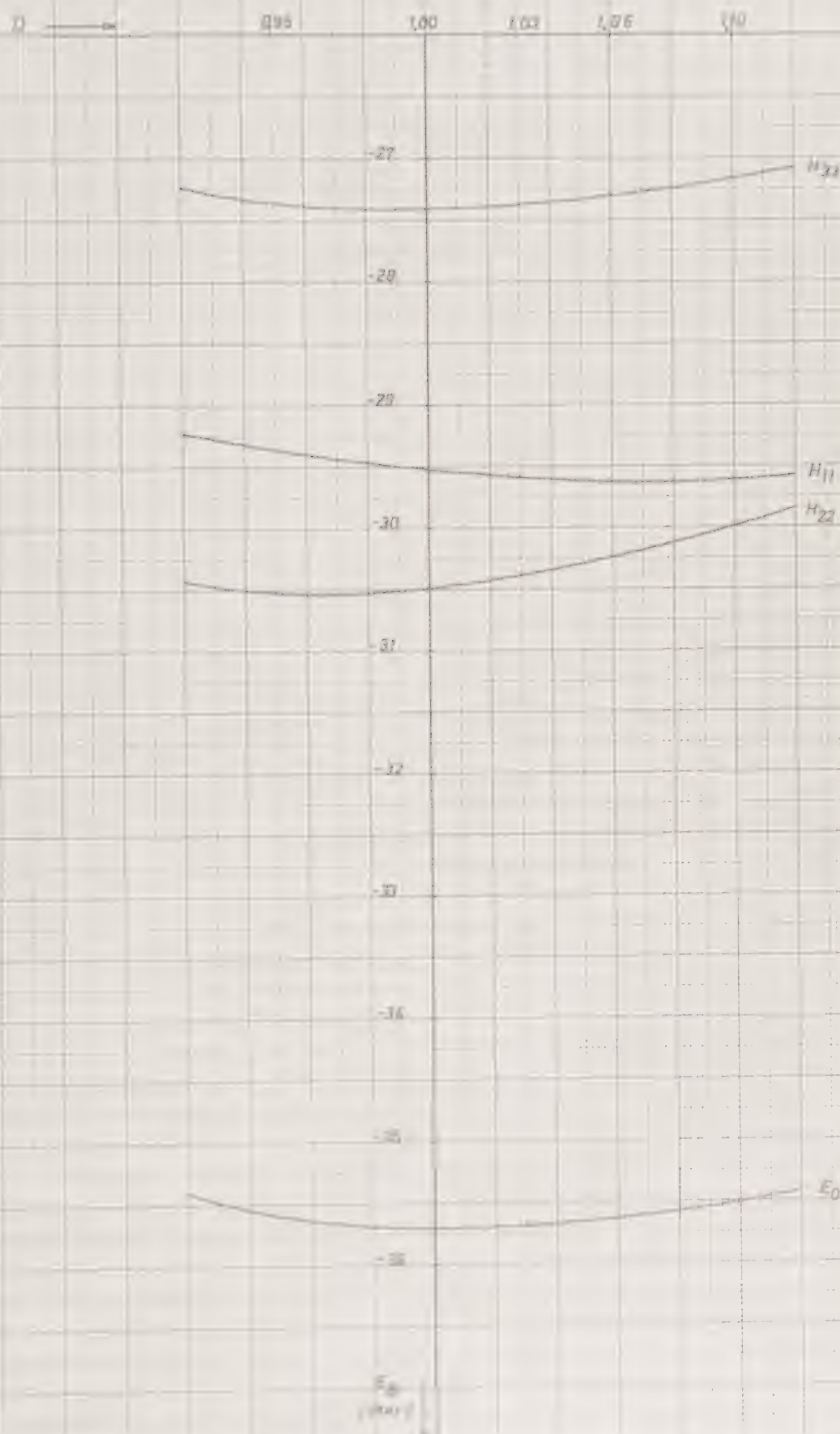
# Taf. IV

$Li^7$  Eigenwerte  $V_{SB}^2$





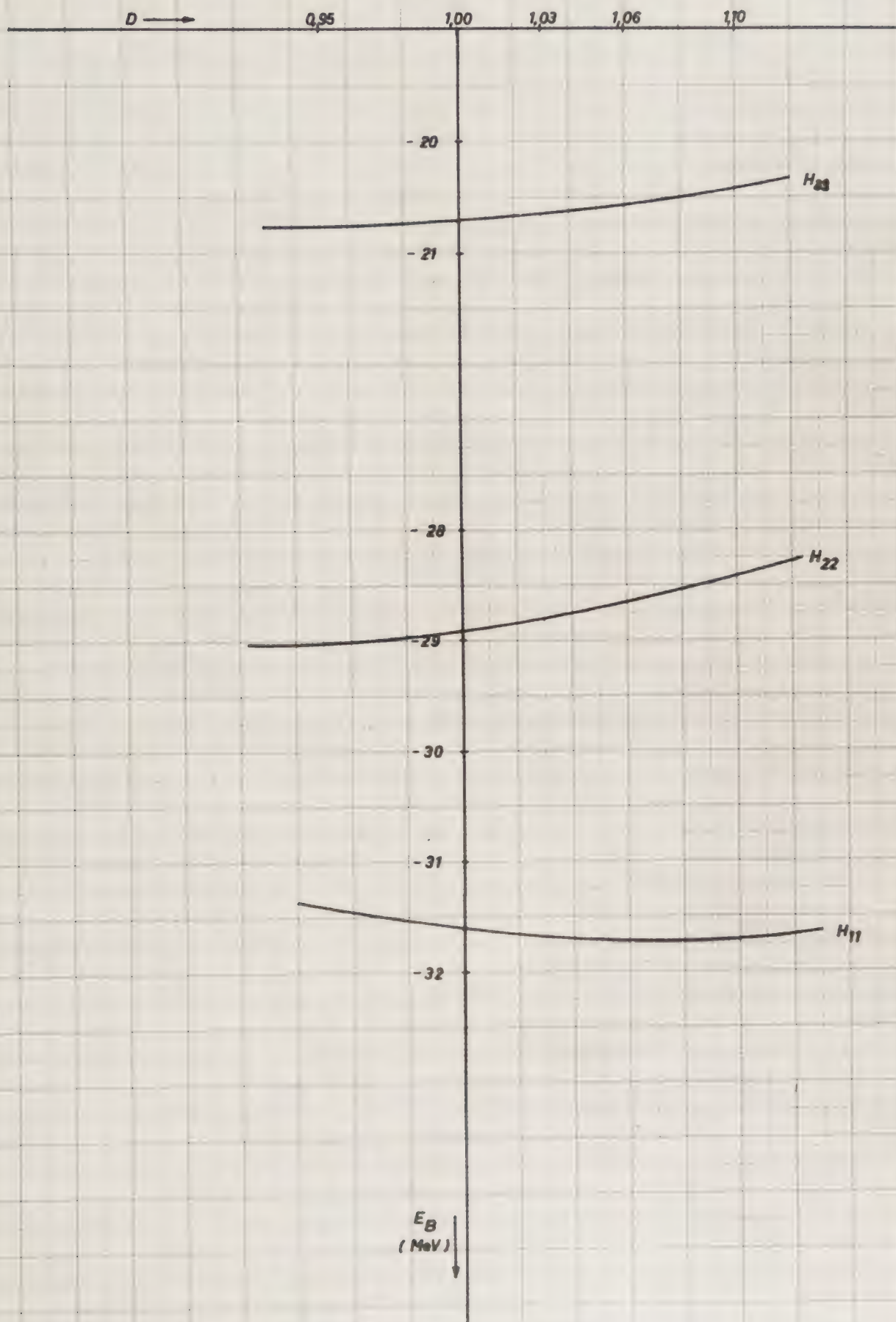
Taf. V  
 $Li^+$  Diagonalelemente  $V_{SB}$





Taf. Va

$\text{Li}^6$  Diagonalelemente,  $V_{SB}^2$





# Taf. VI

$Li^6$  Eigenwerte

$V'_{SB}$

$D \rightarrow$

0,95

1,00

1,03

1,06

1,10

23

24

27

28

35

36

$E_B$   
(Mev)

$E_2$

$E_1$

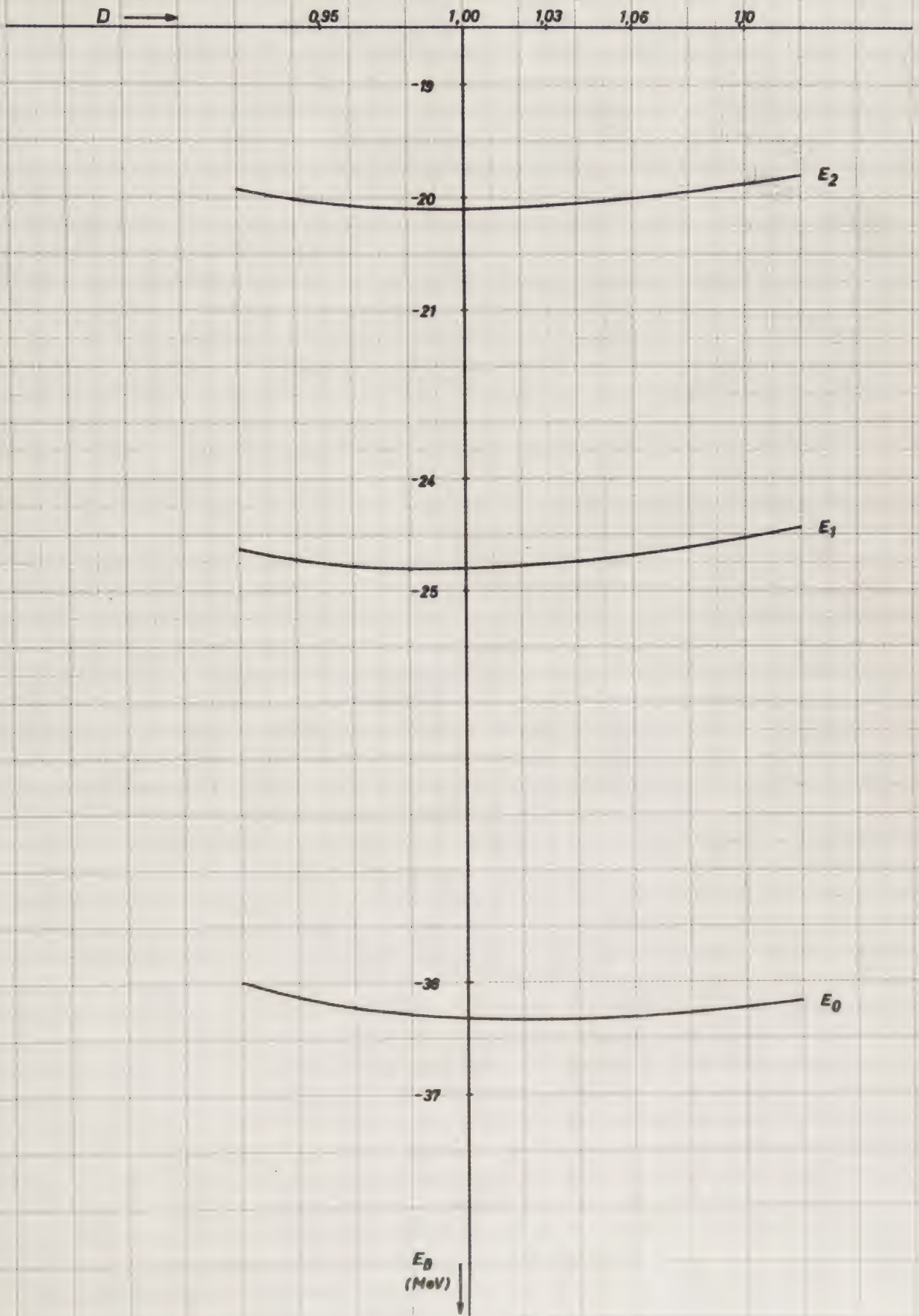
$E_0$





Taf. VII

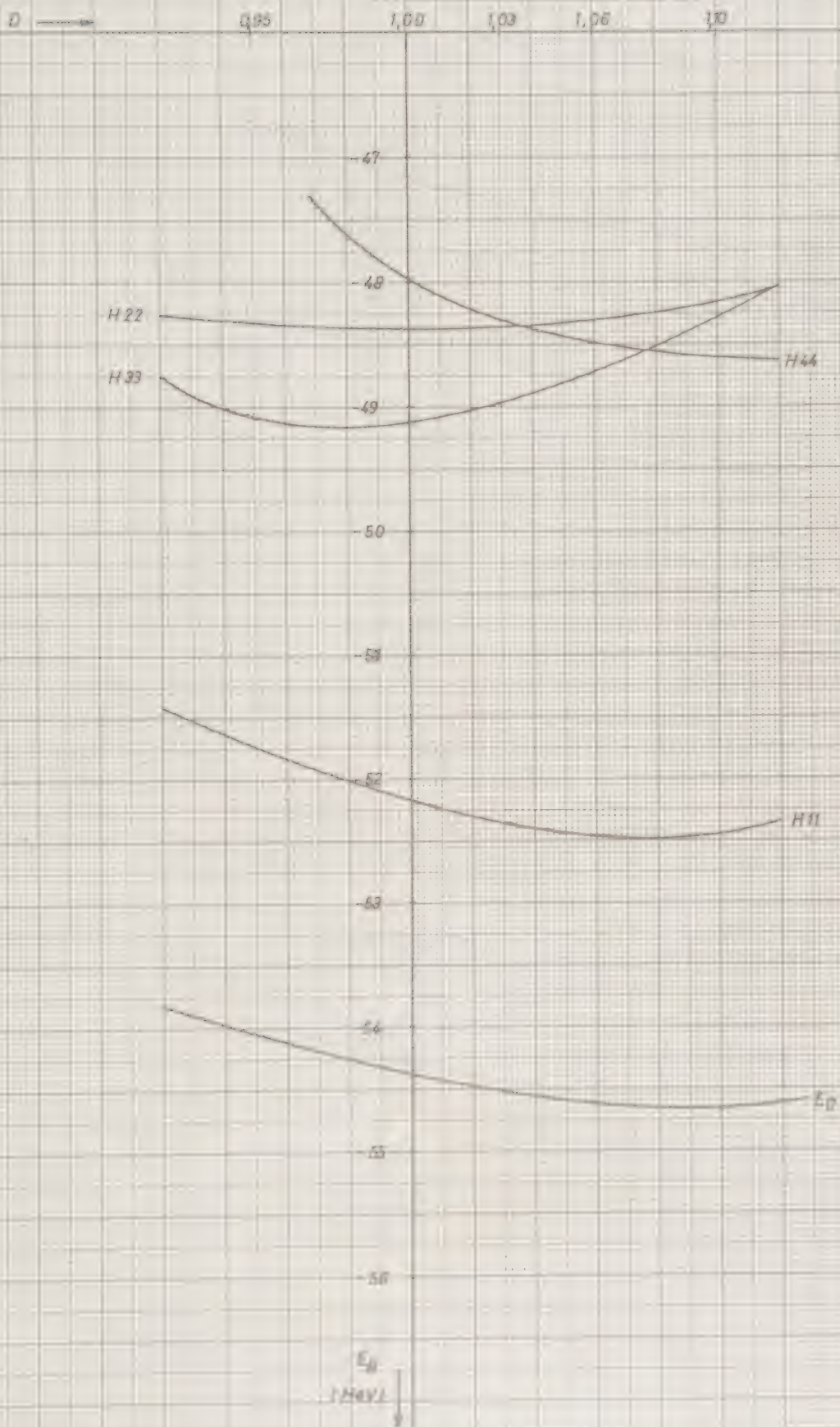
$\text{Li}^6$  Eigenwerte  $V_{SB}^2$





Taf. VII

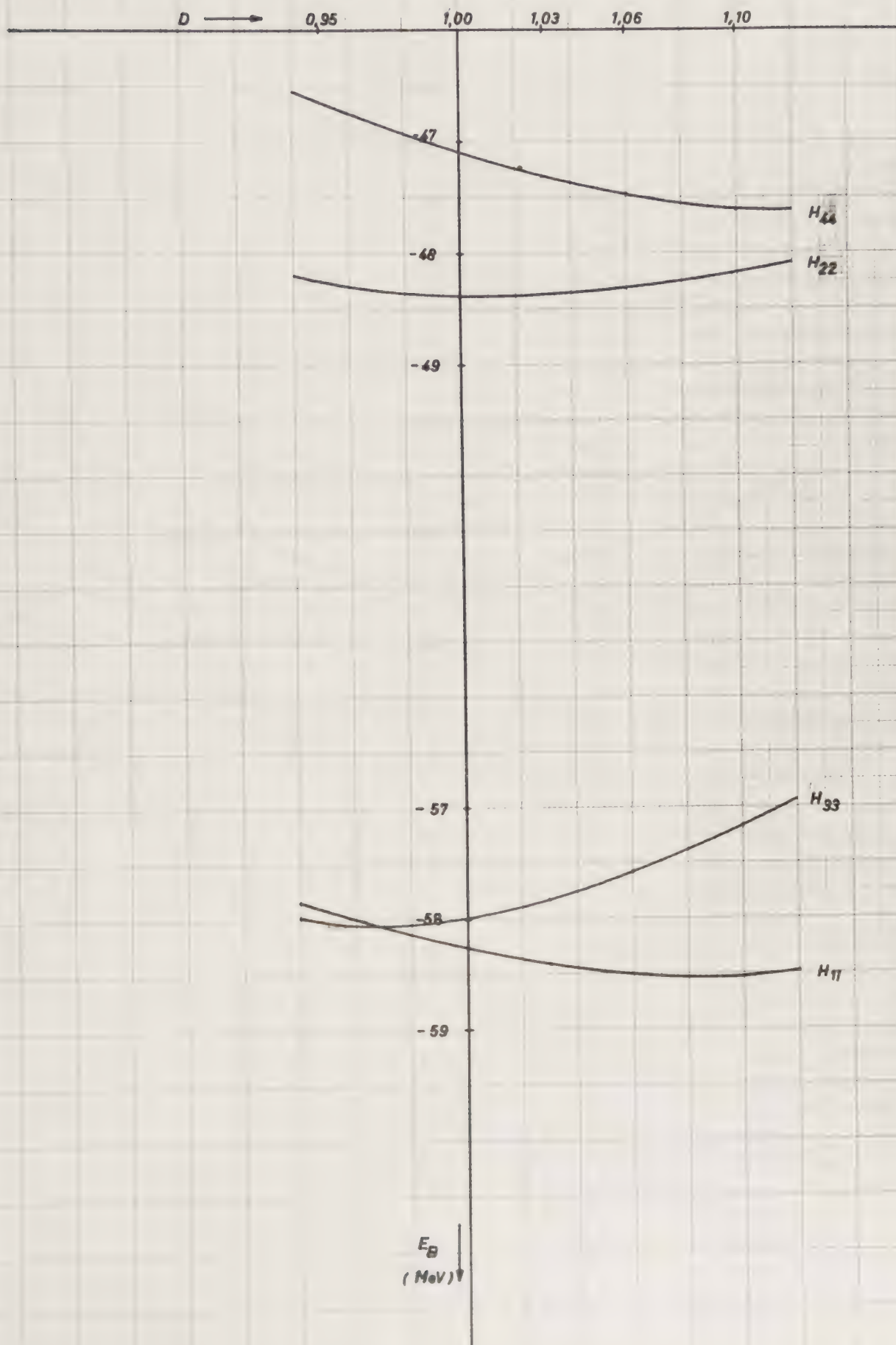
$\text{Be}^3$  Diagonalelemente,  $V'_{30}$





Taf. VIII a

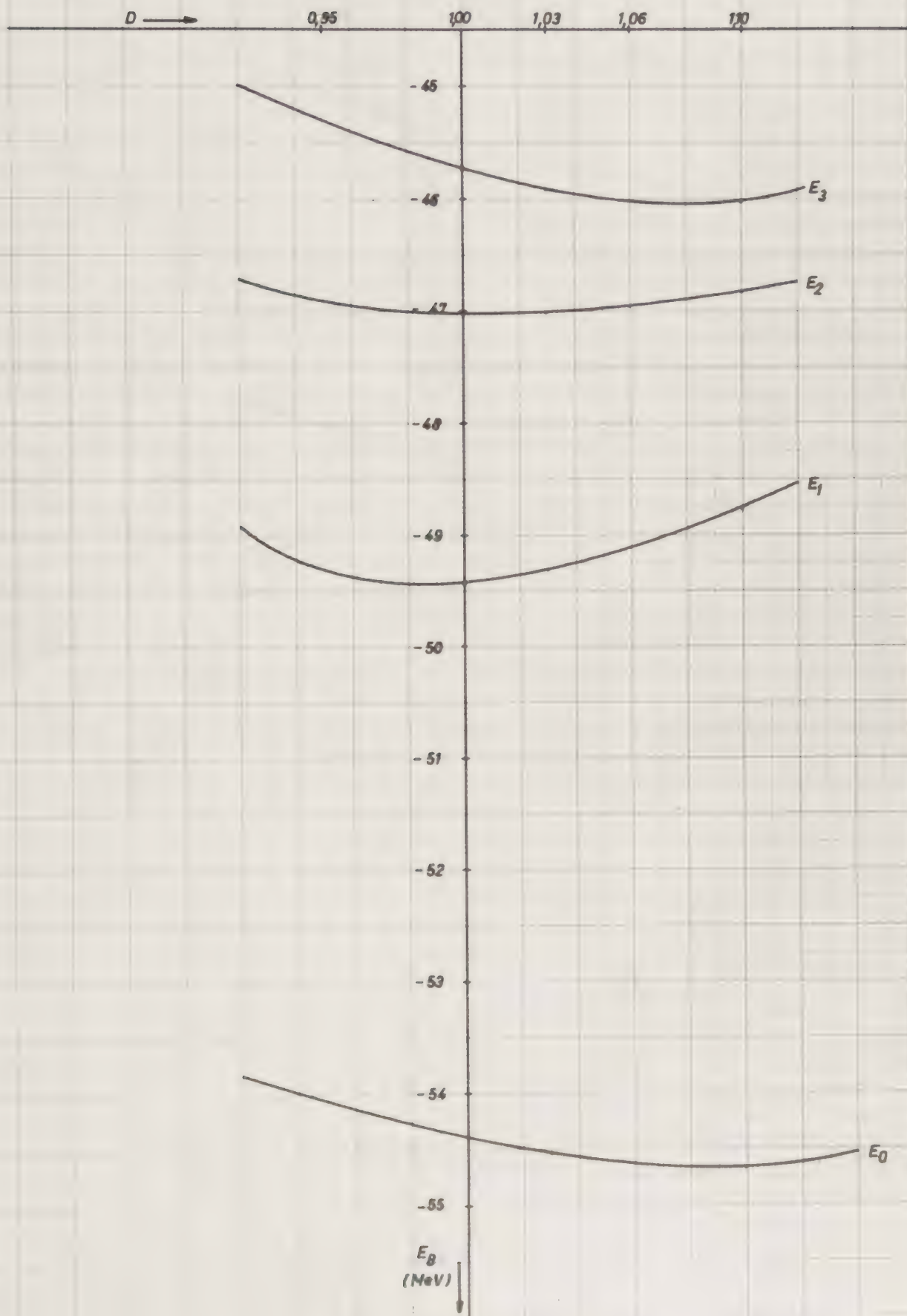
$\text{Be}^9$  Diagonalelemente,  $V_{SB}^2$





Taf. IX

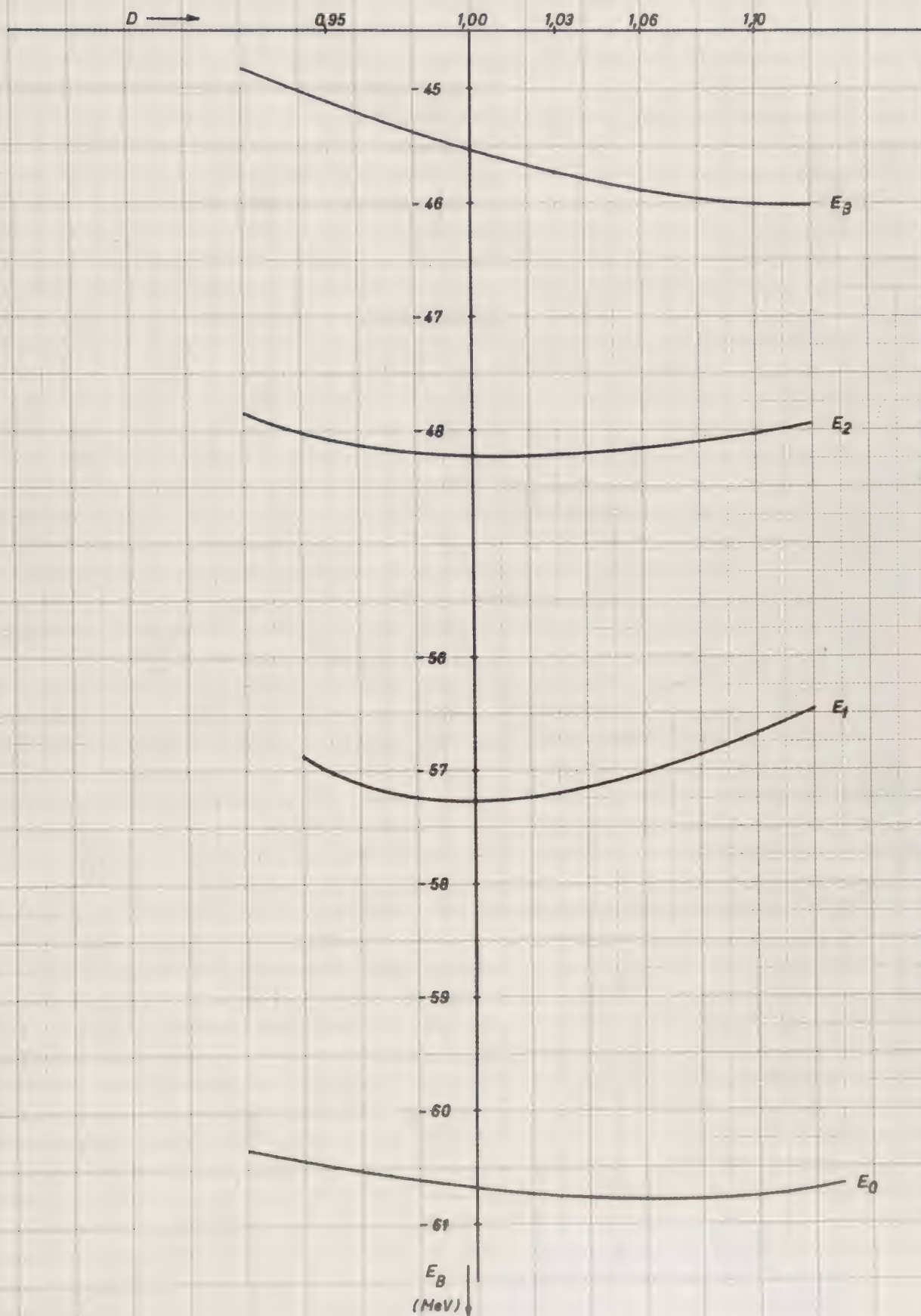
$\text{Be}^9$  Eigenwerte,  $V_{SB}^1$





Taf. X

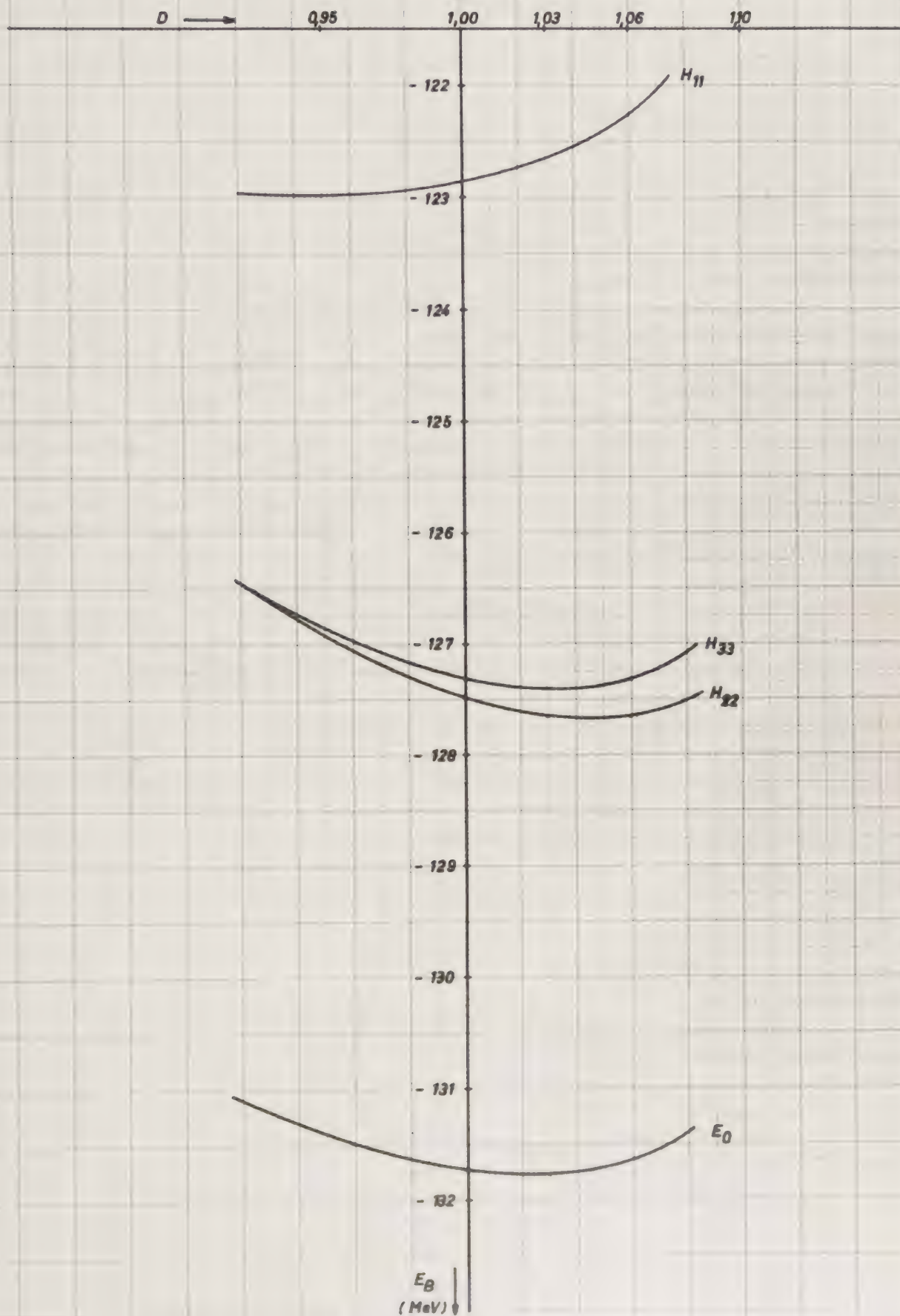
$\text{Be}^9$  Eigenwerte,  $V_{SB}^2$





Taf. XI

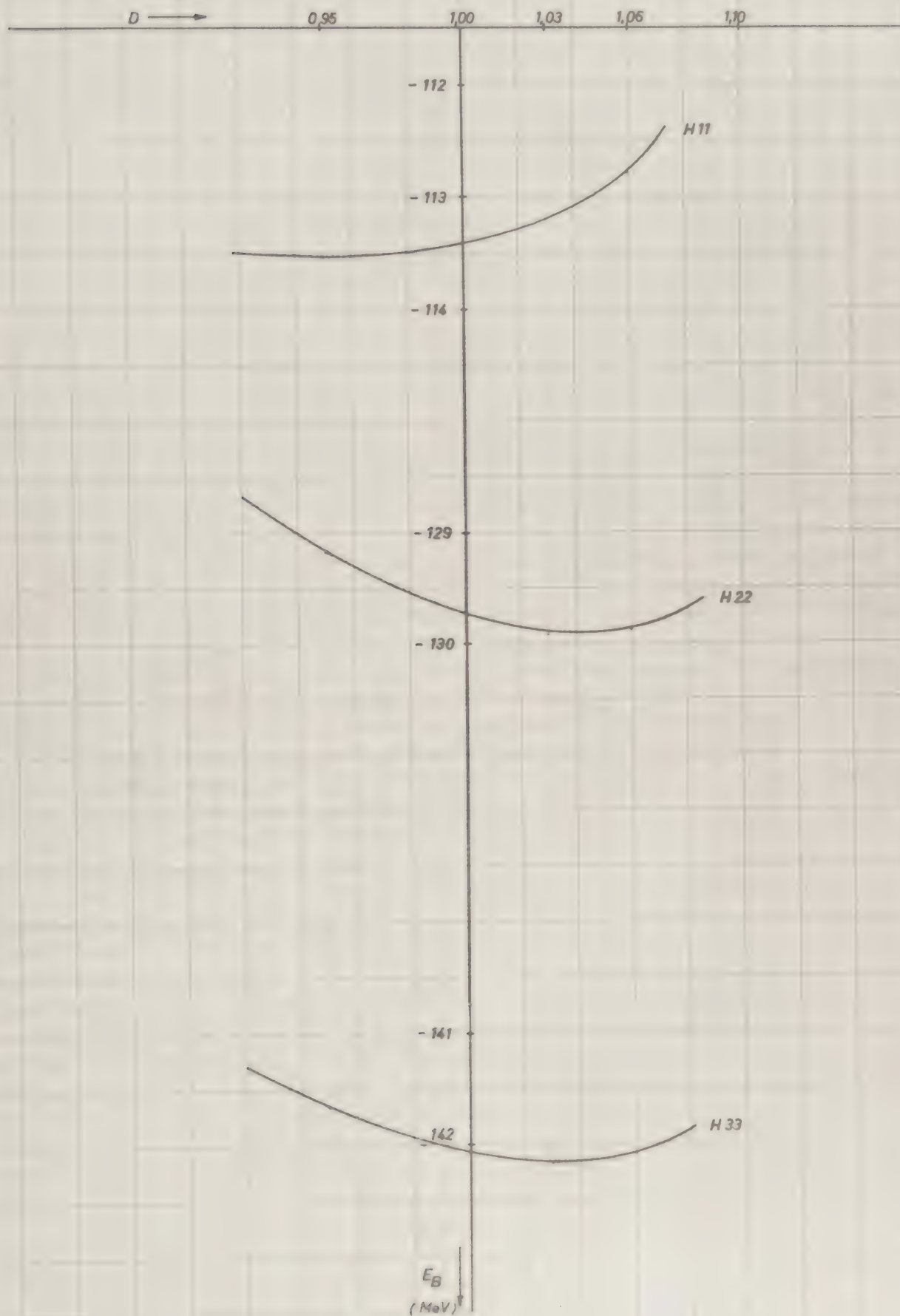
$N^{14}$  Diagonalelemente,  $V'_{SB}$





Taf. XI a

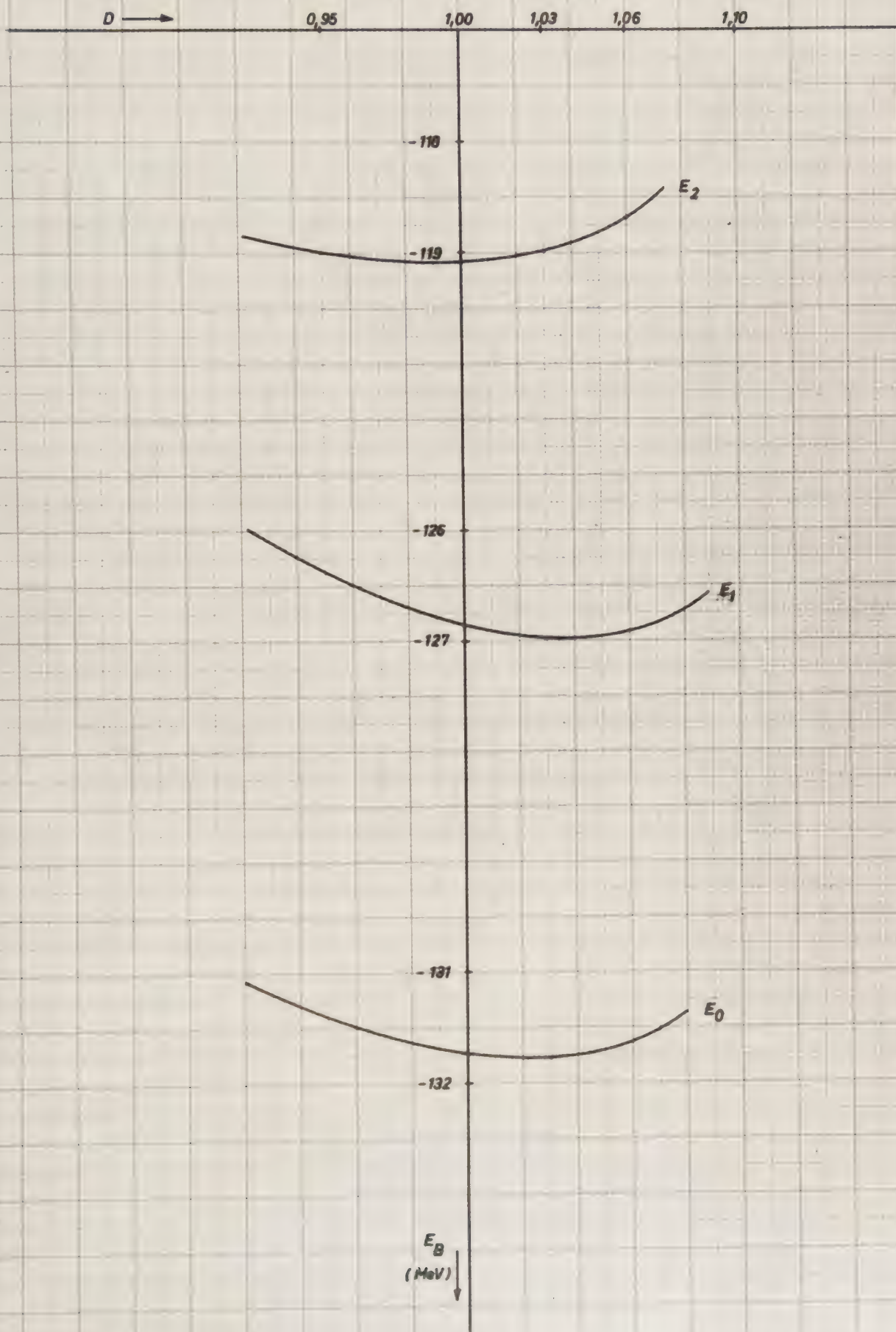
$N^{16}$  Diagonalelemente,  $V_{SB}^2$





Taf. XII

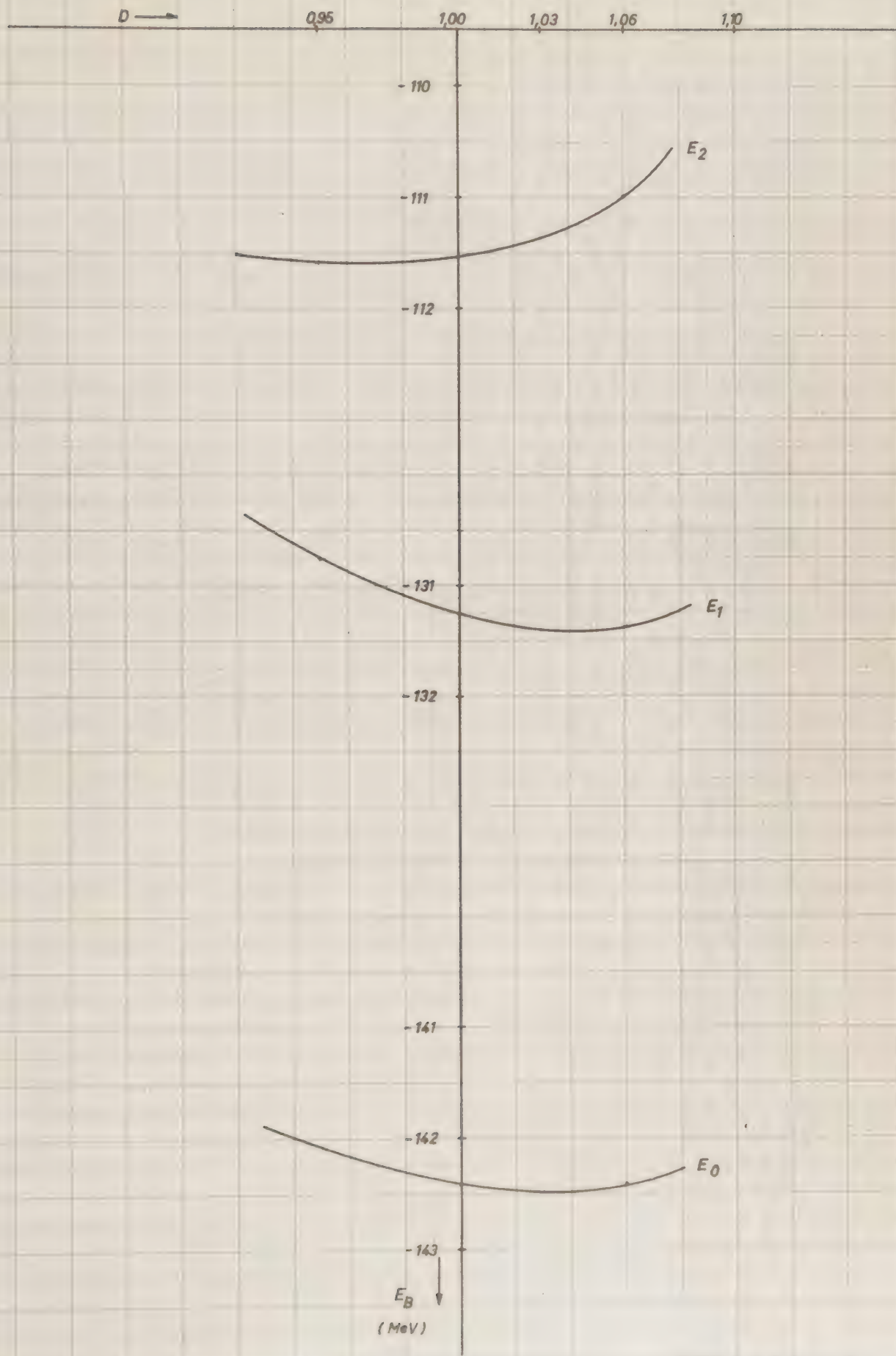
$N^{14}$  Eigenwerte,  $V'_{SB}$





Taf. XIII

$N^{14}$  Eigenwerte,  $V_{SB}^2$





## Lebenslauf

Elmar Windthorst, geboren am 1. Januar 1930 in Buer bei Gelsenkirchen.

1936 - 1940 Besuch der Volksschule in Gehrden bei Hannover.

1940 - 1947 Oberschule auf den Hermann-Lietz-Internaten. Abitur im Juli 1947 in Haubinda bei Hildburghausen.

November 1948 Beginn des Studiums der Physik an der Universität Bonn nach 1/2-jähriger Aufbauarbeit.

1951 Vordiplom und Wechsel an die Universität München.

1954 Diplomprüfung an der Universität München, nach einer Diplomarbeit am II. Physikalischen Institut der Universität.

1955 Assistent an der Textilforschungsanstalt in Krefeld.

Ab 1956 Dissertation am Institut für Theoretische Physik der Universität München.





